MÉTODOS NUMÉRICOS NO ENSINO MÉDIO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DA BISSECÇÃO E DA FALSA POSIÇÃO COM PYTHON

NUMERICAL METHODS IN HIGH SCHOOL: A DIDACTIC SEQUENCE FOR THE STUDY OF BISECTION AND FALSE POSITION WITH PYTHON

MÉTODOS NUMÉRICOS EN LA SECUNDÁRIA: UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DE LA BISECCIÓN Y LA FALSA POSICIÓN CON PYTHON

10.56238/IIMultiCientifica-078

Wilman Rodas Huarcaya
Doutor em Informática
Instituição: Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ)
E-mail: wilman@ufsj.edu.br

Juan Carlos Zavaleta Aguilar
Doutor em Matemática Aplicada
Instituição: Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ)
E-mail: jaguilar@ufsj.edu.br

Cindy Jéssica Resende Fernandes
Mestranda em Matemática
Instituição: Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ)
E-mail: cindy2fr@yahoo.com.br

RESUMO
O presente trabalho investiga os métodos numéricos da Bisseção e da Falsa Posição para a determinação aproximada de raízes reais de funções contínuas, articulando fundamentos matemáticos, programação em Python e práticas de ensino voltadas ao Ensino Médio. A pesquisa surgiu da necessidade de empregar métodos iterativos em situações nas quais não existem soluções analíticas simples para equações não lineares, problema recorrente em áreas como Engenharia, Física e Matemática Aplicada. O estudo caracteriza-se como uma pesquisa quantitativa e exploratória, fundamentada em referenciais teóricos relacionados à teoria dos erros, representações numéricas e aos princípios operacionais dos métodos investigados. Além da análise matemática e computacional, foi elaborada e aplicada uma sequência didática composta por onze aulas, desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública. A proposta contemplou o estudo de funções, interpretação gráfica, Teorema do Valor Intermediário, aplicação dos métodos numéricos e implementação dos algoritmos na linguagem Python. Durante as atividades, os estudantes utilizaram recursos como GeoGebra e laboratório de informática para explorar conceitos matemáticos e computacionais de forma integrada. Os resultados indicaram que ambos os métodos apresentaram eficácia na aproximação de raízes, embora o método da Falsa Posição tenha demonstrado convergência mais rápida em determinados casos. No âmbito educacional, observou-se avanço na compreensão de funções, algoritmos, programação e resolução de problemas. Conclui-se que a proposta favorece a

integração entre Matemática e Computação, promovendo aprendizagem significativa e aproximando os estudantes de aplicações práticas da Matemática em contextos científicos e tecnológicos.

Palavras-chave: Método da Bisseção. Método da Falsa Posição. Python. Ensino Médio. Sequência Didática.

ABSTRACT

This work investigates the numerical methods of Bisection and False Position for the approximate determination of real roots of continuous functions, articulating mathematical fundamentals, Python programming, and teaching practices aimed at high school students. The research arose from the need to employ iterative methods in situations where there are no simple analytical solutions for nonlinear equations, a recurring problem in areas such as Engineering, Physics, and Applied Mathematics. The study is characterized as quantitative and exploratory research, based on theoretical frameworks related to error theory, numerical representations, and the operational principles of the investigated methods. In addition to the mathematical and computational analysis, a didactic sequence composed of eleven lessons was developed and applied with first-year high school students from a public school. The proposal included the study of functions, graphical interpretation, the Intermediate Value Theorem, application of numerical methods, and implementation of algorithms in the Python language. During the activities, students used resources such as GeoGebra and a computer lab to explore mathematical and computational concepts in an integrated way. The results indicated that both methods were effective in approximating roots, although the False Position method demonstrated faster convergence in certain cases. In the educational field, progress was observed in the understanding of functions, algorithms, programming, and problem-solving. It is concluded that the proposal favors the integration between Mathematics and Computer Science, promoting meaningful learning and bringing students closer to practical applications of Mathematics in scientific and technological contexts.

Keywords: Bisection Method. False Position Method. Python. High School. Didactic Sequence.

RESUMEN

Este trabajo investiga los métodos numéricos de Bisección y Falsa Posición para la determinación aproximada de raíces reales de funciones continuas, articulando fundamentos matemáticos, programación en Python y prácticas de enseñanza dirigidas a estudiantes de secundaria. La investigación surgió de la necesidad de emplear métodos iterativos en situaciones donde no existen soluciones analíticas simples para ecuaciones no lineales, un problema recurrente en áreas como la ingeniería, la física y las matemáticas aplicadas. El estudio se caracteriza por ser una investigación cuantitativa y exploratoria, basada en marcos teóricos relacionados con la teoría del error, las representaciones numéricas y los principios operacionales de los métodos investigados. Además del análisis matemático y computacional, se desarrolló y aplicó una secuencia didáctica compuesta por once lecciones con estudiantes de primer año de secundaria de una escuela pública. La propuesta incluyó el estudio de funciones, interpretación gráfica, el teorema del valor intermedio, la aplicación de métodos numéricos y la implementación de algoritmos en el lenguaje Python. Durante las actividades, los estudiantes utilizaron recursos como GeoGebra y un laboratorio de computación para explorar conceptos matemáticos y computacionales de manera integrada. Los resultados indicaron que ambos métodos fueron efectivos para aproximar raíces, aunque el método de la falsa posición demostró una convergencia más rápida en ciertos casos. En el ámbito educativo, se observó un progreso en la comprensión de funciones, algoritmos, programación y resolución de problemas. Se concluye que la

propuesta favorece la integración entre Matemáticas e Informática, promoviendo un aprendizaje significativo y acercando a los estudiantes a las aplicaciones prácticas de las Matemáticas en contextos científicos y tecnológicos.

Palabras clave: Método de Bisección. Método de la Falsa Posición. Python. Educación Secundaria. Secuencia Didáctica.



1 INTRODUÇÃO

No campo da Engenharia e das ciências exatas, as equações não lineares constituem um problema recorrente e de grande relevância prática. Em diversas situações, a determinação analítica de suas raízes revela-se inviável ou excessivamente complexa, tornando indispensável o uso de métodos numéricos para a obtenção de soluções aproximadas. Nesse contexto, destacam-se os métodos da Bisseção e da Falsa Posição, amplamente utilizados devido à sua fundamentação matemática, simplicidade de implementação e confiabilidade na aproximação de raízes reais de funções contínuas em intervalos previamente estabelecidos.

Apesar de sua ampla aplicação em contextos científicos e computacionais, questões relacionadas à eficiência, à precisão e à velocidade de convergência desses métodos ainda despertam interesse acadêmico, especialmente no que se refere à quantidade de iterações necessárias para alcançar determinado nível de aproximação e ao comportamento diante de diferentes tipos de funções. Além disso, a abordagem desses métodos no contexto do Ensino Médio apresenta desafios específicos, uma vez que envolve a articulação entre conceitos matemáticos, pensamento algorítmico e fundamentos computacionais.

Diante desse cenário, evidencia-se a importância da inserção de metodologias que aproximem os estudantes da Matemática aplicada e da resolução de problemas computacionais, favorecendo a compreensão de conceitos abstratos por meio de aplicações práticas. Assim, este trabalho parte do seguinte problema de pesquisa: é possível abordar os métodos numéricos da Bisseção e da Falsa Posição no Ensino Médio de maneira significativa e acessível aos estudantes?

Com base nessa problemática, o objetivo central da pesquisa consiste em realizar uma análise comparativa entre ambos os numéricos aplicados à determinação de raízes reais de funções contínuas, associando essa investigação à elaboração e aplicação de uma sequência didática voltada ao Ensino Médio. O estudo enfatiza aspectos relacionados à precisão dos resultados, ao desempenho computacional e ao comportamento iterativo de cada método. Para isso, utilizou-se a linguagem de programação Python como ferramenta de implementação computacional, considerando sua ampla utilização em contextos científicos e educacionais, além de sua clareza sintática e potencial pedagógico.

A pesquisa apresenta, portanto, a elaboração e aplicação de uma sequência didática desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, buscando integrar conceitos matemáticos e computacionais e aproximar os discentes de aplicações práticas da Matemática na resolução de

problemas reais. A proposta pedagógica fundamentou-se em atividades investigativas, experimentação computacional e análise comparativa dos métodos estudados.

Para alcançar os objetivos propostos, realizou-se inicialmente uma revisão teórica acerca dos métodos da Bisseção e da Falsa Posição, contemplando seus fundamentos matemáticos, hipóteses de aplicação, critérios de parada e processos de implementação computacional. Como principais referências teóricas, destacam-se as obras de Chapra e Canale (2008), Burden, Faires (2016) e Gomes e Rocha (1996). Posteriormente, avaliou-se a eficácia computacional de ambos os métodos, considerando especialmente a precisão das aproximações obtidas e a quantidade de iterações necessárias em diferentes problemas matemáticos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 RAÍZES DE FUNÇÕES E ERROS DE APROXIMAÇÃO

Uma definição de raiz de uma função, segundo Gomes e Rocha (1996), é a seguinte "considerem-se f uma função real definida num intervalo $[a, b]$. Denomina-se raiz ou zero da função f em [a, b] todo $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = 0$ ". Ainda de acordo com as autoras, a determinação das raízes de funções reais e contínuas pode ser realizada por meio de métodos diretos ou métodos iterativos, também denominados métodos indiretos.

Os métodos diretos caracterizam-se pela obtenção da solução a partir de um procedimento finito, conduzindo, em geral, a resultados exatos ou sujeitos apenas a erros de arredondamento. Um exemplo clássico consiste na determinação das raízes de uma função quadrática por meio da fórmula resolutiva da equação do segundo grau.

Por outro lado, os métodos iterativos, ou indiretos, baseiam-se em processos sucessivos e recursivos, nos quais cada aproximação depende dos resultados obtidos nas etapas anteriores. Nesses métodos, as soluções encontradas geralmente não correspondem ao valor exato da raiz, mas a aproximações que satisfazem uma margem de erro previamente estabelecida. Além disso, a utilização de ferramentas computacionais torna esses procedimentos mais eficientes, possibilitando a execução rápida de cálculos sucessivos e o aumento da precisão numérica.

O erro absoluto é definido como o módulo da diferença entre o valor exato x e seu valor aproximado $\overline{x}$, sendo expresso por $EA_x = |x - \bar{x}|$. Na prática, entretanto, o valor exato x frequentemente é desconhecido, impossibilitando o cálculo preciso do erro absoluto. Dessa forma, torna-se necessário estimar esse erro ou determinar um limitante superior para sua magnitude, de modo

a avaliar a precisão da aproximação obtida. Nesse contexto, utiliza-se o erro relativo, definido como a razão entre o erro absoluto e o valor aproximado $ER_x = \frac{EA_x}{\overline{x}} = \frac{(x-\overline{x})}{\overline{x}}$.

2.2 O TEOREMA DO VALOR INTERMEDIÁRIO

O Teorema do Valor Intermediário (TVI) estabelece que, se uma função f é uma função contínua definida em um intervalo fechado $[a,b]$, e se $f(a)$ e $f(b)$ possuem sinais opostos, então existe pelo menos um ponto c em (a,b) tal que $f(c) = 0$ Esse teorema, discutido por Burden e Faires (2016), constitui um dos fundamentos teóricos mais importantes para os métodos numéricos de determinação de raízes, pois garante a existência de pelo menos uma solução real em um intervalo previamente definido.

Dessa forma, métodos como o da Bisseção e o da Falsa Posição dependem diretamente da verificação da mudança de sinal da função para assegurar que o processo iterativo seja iniciado em um intervalo que contenha uma raiz.

Chapra e Canale (2015) destacam o TVI como um princípio essencial para a construção de algoritmos numéricos confiáveis. Segundo os autores, embora o teorema assegure a existência de uma raiz no intervalo considerado, ele não fornece informações sobre sua localização exata, tampouco sobre a quantidade de raízes existentes. Essa limitação justifica a necessidade do emprego de métodos iterativos capazes de aproximar progressivamente a solução desejada.

Em contexto computacional, a implementação de métodos fundamentados no teorema, como os apresentados por Kiusalaas (2010), requer a verificação automática da condição $f(a) \cdot f(b) < 0$, indicando a presença de uma raiz. A eficiência do algoritmo depende tanto da precisão dos dados de entrada quanto da escolha adequada dos critérios de parada, aspectos discutidos por Sauer (2017) em seus estudos sobre análise numérica moderna.

2.3 MÉTODOS NUMÉRICOS

2.3.1 Método da bisseção

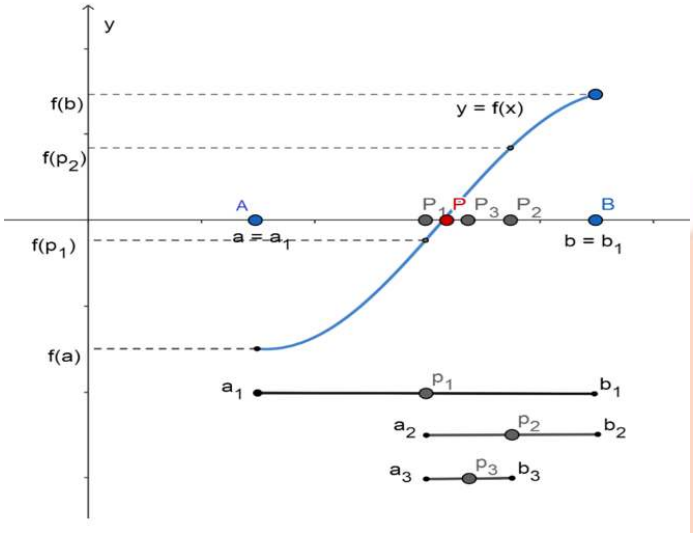
Conhecido como Método da Bisseção, Truncamento Binário ou Método de Bolzano, esse procedimento numérico baseia-se na divisão sucessiva de um intervalo que contém uma raiz da função. Inicialmente, considera-se um intervalo $[a,b]$ cujos extremos apresentam imagens de sinais opostos,

condição que, pelo TVI, garante a existência de pelo menos uma raiz nesse intervalo. Em seguida, calcula-se o valor da função no ponto médio $m = \frac{(a+b)}{2}$ (CHAPRA; CANALE, 2015).

A partir dessa avaliação, o intervalo original é subdividido em dois subintervalos. Em seguida, verifica-se em qual deles ocorre a mudança de sinal entre os extremos, indicando a presença da raiz. O subintervalo que satisfaz essa condição passa a ser o novo intervalo de busca, enquanto o outro é descartado. O procedimento é então repetido sucessivamente, recalculando-se o ponto médio e reduzindo progressivamente a amplitude do intervalo.

A Figura 1 ilustra o processo iterativo de refinamento do intervalo utilizado pelo método da bisseção.

Figura 1. Ilustração do método da bisseção.



Fonte: Chapra e Canale (2015).

A Figura 1 representa uma função contínua $f(x)$ definida em um intervalo $[a, b]$, no qual existe uma raiz P tal que $f(P) = 0$. O método da bisseção inicia-se dividindo o intervalo original ao meio, obtendo-se o ponto médio P_1. Essa divisão gera dois novos subintervalos: $[a, P_1]$ e $[P_1, b]$. Caso $f(P_1) = 0$, conclui-se que a raiz procurada é o próprio ponto médio, isto é, $P = P_1$. Entretanto, quando $f(P_1) \neq 0$, a localização da raiz é determinada pela análise dos sinais da função nos extremos dos subintervalos. Se $f(a)f(P_1) < 0$, então a raiz pertence ao intervalo $[a, P_1]$. Por outro lado, se $f(a)f(P_1) > 0$, conclui-se que a raiz está contida no intervalo $[P_1, b]$ (CHAPRA; CANALE, 2015).

O procedimento é repetido sucessivamente sobre o subintervalo que contém a raiz, gerando uma sequência de intervalos cada vez menores. Como cada nova aproximação depende diretamente

dos resultados obtidos na etapa anterior, o método caracteriza-se como um processo iterativo. As iterações prosseguem até que seja satisfeita uma condição de parada previamente estabelecida, geralmente associada a uma tolerância para o erro ou a um número máximo de iterações, produzindo uma aproximação suficientemente precisa da raiz exata (CHAPRA; CANALE, 2015).

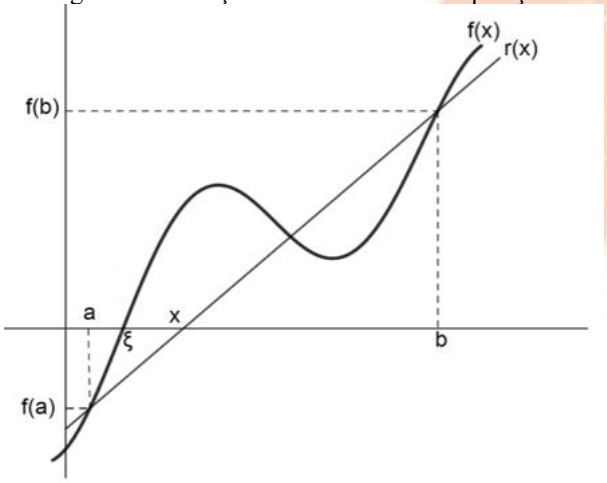
Quando se utiliza um computador para implementar métodos iterativos, é recomendável estabelecer previamente um limite máximo para o número de iterações. Essa medida tem como objetivo evitar a ocorrência de laços infinitos, situação que pode surgir quando o método não converge para uma solução ou quando o critério de parada não é satisfeito.

2.3.2 Método da falsa posição

Considere uma função contínua f definida em um intervalo $[a,b]$ e seja ξ uma de suas raízes, isto é, $\xi \in [a,b]$ e $f(\xi) = 0$. O método da Falsa Posição inicia-se pela construção da reta secante que passa pelos pontos $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$. Em seguida, determina-se o ponto de interseção dessa reta com o eixo das abscissas, denotado por x, o qual é utilizado como uma nova aproximação para a raiz da função.

A partir desse ponto, o intervalo original é subdividido em dois subintervalos: $[a,x]$ e $[x,b]$. Caso Se $f(x) = 0$, conclui-se que $\xi = x$, obtendo-se a raiz exata da função. Entretanto, se $f(x) \neq 0$, a localização da raiz é determinada pela análise dos sinais da função nos extremos dos subintervalos. Assim, se $f(a)f(x) < 0$, então $\xi \in [a,x]$; caso contrário, se $f(a)f(x) > 0$, conclui-se que $\xi \in [x,b]$. Esse procedimento encontra-se ilustrado na Figura 2.

Figura 2. Ilustração do método da falsa posição.



Fonte: Gomes e Rocha (1996).

Para a obtenção do algoritmo do método da falsa posição, considera-se a equação da reta secante que passa pelos pontos $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$, dada por:

$$y - f(a) = \left(\frac{f(b) - f(a)}{b - a}\right)(x - a)$$

como o ponto procurado corresponde à interseção da reta com o eixo x, faz-se $y = 0$ e substitui-se x por x_n, obtendo-se:

$$0 - f(a) = \left(\frac{f(b) - f(a)}{b - a}\right)(x_n - a)$$

Isolando-se x_n, obtém-se a fórmula recursiva do método da falsa posição:

$$x_n = a - f(a)\left(\frac{b - a}{f(b) - f(a)}\right), n = 1,2,3 \ldots$$

Após o cálculo da nova aproximação x_n, verifica-se a mudança de sinal da função para determinar o novo intervalo de busca. Se $f(a)f(x_n) < 0$, então faz-se $b = x_n$; caso contrário, faz-se $a = x_n$. Esse procedimento é repetido sucessivamente até que seja satisfeito um critério de parada previamente estabelecido.

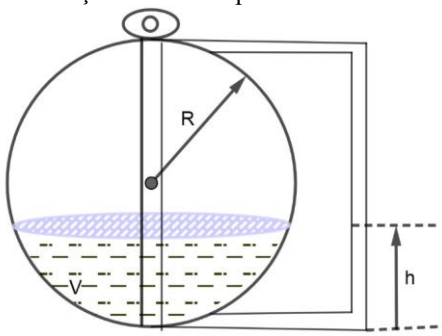
De modo geral, utiliza-se como critério de parada a condição $|f(x_n)| < \varepsilon$, em que ε representa a tolerância de erro admissível. Quando essa condição é atendida, considera-se que a aproximação obtida possui precisão suficiente para representar a raiz da função.

2.4 UM PROBLEMA DE APLICAÇÃO

A seguir, apresenta-se um problema de aplicação adaptado de Chapra e Canale (2015), envolvendo a determinação da altura do líquido em um tanque esférico de armazenamento de gás natural liquefeito (GNL). O tanque possui diâmetro de 6 pés e contém 6 pés cúbicos de líquido. O

objetivo consiste em determinar a altura h ocupada pelo líquido no interior do reservatório, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3. Ilustração de um tanque esférico contendo GNL.



Fonte: Chapra e Canale (2015).

Resolução do problema: Como o diâmetro do tanque é de 6 pés, conclui-se que seu raio r é igual a 3 pés. O volume ocupado pelo líquido corresponde ao volume de uma calota esférica de altura h, cuja expressão é dada por:

$$V = (\pi h^2)\left(\frac{3r - h}{3}\right).$$

Substituindo-se $V = 6$ e $r = 3$, obtém-se: $6 = (\pi h^2)\left(\frac{9-h}{3}\right)$. Reorganizando a expressão e igualando-a a zero, chega-se à seguinte equação não linear: $f(h) = h^3 - 9h^2 + \frac{18}{\pi}$.

Para a aplicação dos métodos numéricos é necessário determinar inicialmente um intervalo que contenha uma raiz da função. Avaliando a função nos pontos $h = 0$ e $h = 1$, obtém-se: $f(0) = \frac{18}{\pi} > 0$ e $f(1) = -8 + \frac{18}{\pi} < 0$. Como $f(0)f(1) < 0$, conclui-se, pelo TVI, que existe pelo menos uma raiz no intervalo $(0,1)$. Esse intervalo foi adotado como ponto de partida para os métodos da Bisseção e da Falsa Posição.

Os algoritmos foram implementados na linguagem Python, uma linguagem de programação de alto nível amplamente utilizada em aplicações científicas e educacionais. Sua sintaxe simples e intuitiva favorece tanto a implementação de algoritmos numéricos quanto a visualização dos resultados obtidos.

O método da Bisseção foi aplicado no intervalo inicial [0,1], com tolerância pré-estabelecida de $\epsilon = 10^{-4}$ realizando 14 iterações sucessivas e reduzindo o intervalo pela metade a cada passo. Ao final do processo iterativo, obteve-se o intervalo [0,837768555, 0,837890625], contendo a raiz procurada $x_{14} = 0{,}837829590$ e erro máximo estimado de $|f(x_{14})| = 0{,}000073693$, garantindo 3 casas decimais exatas.

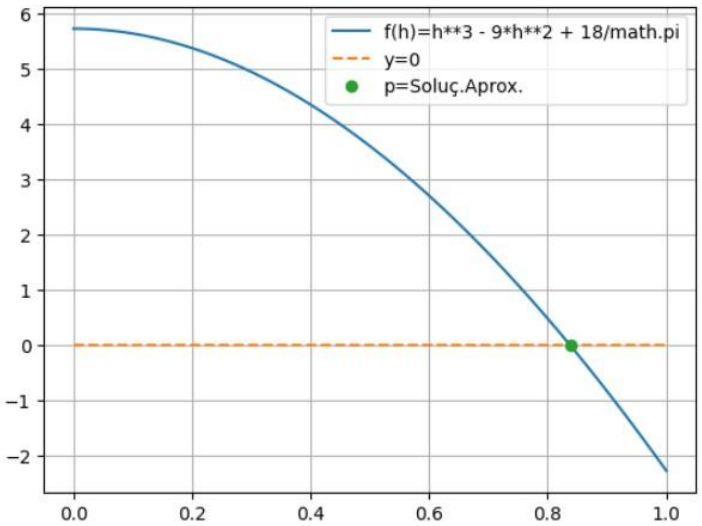
Por outro lado, o método da Falsa Posição aplicado no mesmo intervalo inicial e considerando a mesma tolerância, terminou o processo computacional em apenas 5 iterações. Ao final do processo, obteve-se o intervalo [0,837783321, 1,000000000], contendo a raiz procurada $x_5 = 0{,}837831464$, com erro máximo estimado de 0,000049377.

Os resultados obtidos evidenciam que ambos os métodos convergem para a mesma raiz aproximada da função, confirmando a validade das implementações realizadas. Entretanto, observa-se uma diferença significativa no número de iterações necessárias para atingir a precisão desejada.

Esses resultados demonstram que, para o problema analisado, o método da Falsa Posição apresentou convergência mais rápida, uma vez que utiliza a reta secante entre os extremos do intervalo para estimar a posição da raiz. Em contraste, o método da Bisseção reduz o intervalo de busca pela metade a cada iteração, característica que lhe confere elevada robustez, porém com uma taxa de convergência mais lenta.

A Figura 4 apresenta o gráfico da função juntamente com a raiz aproximada determinada numericamente.

Figura 4. Gráfico da função e da aproximação da raiz pelo método da falsa posição.



Fonte: Elaborado pelos autores.

A análise gráfica permite visualizar o comportamento da função nas proximidades da raiz e confirma a consistência dos resultados obtidos pelos métodos numéricos. Além disso, o exemplo evidencia a aplicabilidade dessas técnicas na resolução de problemas reais de Engenharia, nos quais frequentemente não é possível determinar soluções analíticas de forma simples.

Destaca-se que, a repetição de cálculos sucessivos e a necessidade de elevada precisão tornam indispensável o uso de ferramentas computacionais. Nesse contexto, a linguagem Python mostra-se particularmente adequada para a implementação de métodos numéricos, permitindo automatizar procedimentos iterativos, reduzir erros operacionais e acelerar significativamente o processo de obtenção de soluções aproximadas.

3 PROPOSTA E APLICAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

3.1 PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Foi elaborada uma sequência didática composta por 11 planos de aula, cujos temas abordados podem ser conferidos no Quadro 1. Essas aulas foram desenvolvidas ao longo de um mês, com três encontros semanais. As atividades foram realizadas alternadamente na biblioteca e no laboratório de informática da instituição, ambientes que funcionaram como espaços de aprendizagem criativa, equipados com projetores multimídia e computadores com acesso à internet. Os encontros ocorreram durante o sexto horário, período destinado aos itinerários formativos ofertados pela escola.

Quadro 1. Programação e objetivos das aulas da sequência didática.

Aulas	**Duração**	**Objetivos**
Aula 1	50 min.	Diagnóstico de conhecimento de funções polinomiais de primeiro e segundo grau e complementação com funções polinomiais de terceiro grau.
Aulas 2 e 3	100min.	Reforço de gráficos de funções polinomiais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas e métodos diretos para encontrar suas raízes.
Aulas 4 e 5	100min.	Ensino e aplicação do método da Bissecção.
Aulas 6 e 7	100min.	Ensino e aplicação do método da Falsa Posição.
Aulas 8 e 9	100min.	Comandos básicos da linguagem Python
Aulas 10 e 11	100min.	Implementação e aplicação computacional dos métodos da Bissecção e Falsa Posição com o uso da linguagem Python.

Fonte: Elaborado pelos autores.

As aulas iniciais foram destinadas ao diagnóstico dos conhecimentos prévios dos estudantes acerca das funções afim e quadrática, bem como ao reforço de suas representações gráficas no plano cartesiano. A partir desse levantamento, buscou-se consolidar conceitos considerados essenciais para a compreensão dos métodos numéricos que seriam abordados posteriormente.

Nas aulas subsequentes, foram introduzidos os fundamentos teóricos dos métodos numéricos da Bisseção e da Falsa Posição, além dos conceitos básicos relacionados à linguagem de programação Python. Como estratégia didática, adotou-se um problema motivador que serviu como elemento articulador de todo o processo de ensino e aprendizagem, permitindo aos estudantes compreenderem a aplicação prática dos métodos estudados e a relevância dessas ferramentas para a resolução de problemas reais.

Ao longo da sequência didática, os alunos foram conduzidos gradativamente da compreensão dos conceitos matemáticos à implementação computacional dos algoritmos, favorecendo a construção do conhecimento de forma contextualizada. Dessa maneira, buscou-se não apenas desenvolver a compreensão dos métodos numéricos, mas também estimular a capacidade de análise, modelagem e resolução de problemas.

Para atingir esses objetivos, foram integradas atividades práticas, momentos de experimentação computacional e discussões em grupo, promovendo uma aprendizagem ativa, colaborativa e significativa. Essa abordagem permitiu que os estudantes estabelecessem relações entre os conteúdos matemáticos e suas aplicações tecnológicas, aproximando-os das demandas contemporâneas da sociedade, cada vez mais marcada pela presença das tecnologias digitais e da computação.

3.2 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Com o objetivo de avaliar a aplicabilidade da proposta didática apresentada, foi realizada uma intervenção pedagógica com seis estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual em Minas Gerais, no âmbito das disciplinas de Ciências Criativas e Tecnologia e Inovação. A escolha da inclusão da proposta didática nessas disciplinas ocorreu em razão de sua afinidade com a investigação científica, a resolução de problemas e a integração entre conhecimentos matemáticos e tecnológicos.

A seleção dos participantes ocorreu por sorteio entre os alunos interessados, enquanto a definição de um grupo reduzido esteve relacionada às limitações de espaço e recursos tecnológicos da escola, bem como à necessidade de acompanhamento mais próximo durante a execução da sequência didática.

A seguir apresenta-se o relato resumido da professora, coautora deste trabalho, em relação a aplicação da sequência didática proposta.

Primeira aula: A primeira aula da sequência didática, teve caráter diagnóstico e buscou identificar os conhecimentos prévios dos participantes sobre funções polinomiais do 1º e do 2º graus.

Por meio de discussões e atividades envolvendo raízes, gráficos e discriminante, constatou-se que os alunos apresentavam conhecimentos fragmentados e dificuldades principalmente na interpretação gráfica e na resolução de equações quadráticas. Os resultados permitiram identificar diferentes níveis de compreensão e forneceram subsídios para o planejamento das intervenções pedagógicas subsequentes relacionadas ao estudo dos métodos numéricos.

Segunda e terceira aula: A segunda e a terceira aula da sequência didática, tiveram como objetivo reforçar conceitos de funções e suas representações gráficas. Por meio de situações-problema contextualizadas, revisão teórica e uso do software GeoGebra, os estudantes aprofundaram conhecimentos sobre funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e cúbica, desenvolvendo habilidades relacionadas à construção e interpretação de gráficos, identificação de raízes e análise do comportamento das funções.

As atividades evidenciaram avanços na compreensão das relações entre variáveis e na interpretação gráfica, embora persistissem dificuldades em tópicos como cálculo do discriminante, identificação de raízes e análise de domínio e imagem. O uso de recursos digitais favoreceu a visualização dos conceitos e aumentou o engajamento dos estudantes. Ao final das aulas, observou-se evolução significativa na autonomia dos participantes e na compreensão dos conteúdos, consolidando uma base importante para o estudo posterior dos métodos numéricos de cálculo de raízes.

Quarta e quinta aula: A quarta e a quinta etapas da sequência didática, foram dedicadas ao estudo do método da Bisseção para o cálculo de raízes de funções reais. A partir da retomada de um problema contextualizado envolvendo o cálculo da largura de um galpão, os estudantes compreenderam a importância das raízes de funções na resolução de situações práticas. Em seguida, foram apresentados os conceitos de função contínua, TVI e os fundamentos do método, destacando sua lógica iterativa baseada na mudança de sinal da função.

Por meio de atividades guiadas e exercícios práticos, os alunos aplicaram o método em diferentes funções, organizando os resultados em tabelas e analisando a convergência das aproximações.

Observou-se avanço na compreensão dos conceitos de mudança de sinal, interpretação gráfica e funcionamento do algoritmo. Contudo, a principal dificuldade identificada foi a organização dos cálculos durante as iterações, evidenciando a importância de tabelas, representações gráficas e ferramentas computacionais para auxiliar a execução do método. Ao final das atividades, os estudantes

reconheceram o caráter repetitivo do processo e compreenderam a relevância da automatização computacional na aplicação dos métodos numéricos.

Sexta e sétima aula: A sexta e a sétima etapas da sequência didática, foram dedicadas ao estudo do método da Falsa Posição para o cálculo aproximado de raízes de funções reais. Inicialmente, foram retomados os conceitos de função contínua, TVI e método da Bisseção, permitindo aos estudantes estabelecer comparações entre os dois procedimentos.

Em seguida, foi apresentado o método da Falsa Posição, destacando-se sua utilização da reta secante para estimar a raiz da função, o que geralmente proporciona uma convergência mais rápida que a obtida pelo método da Bisseção. Por meio de atividades práticas envolvendo funções quadráticas e cúbicas, os alunos aplicaram o algoritmo, organizaram os cálculos em tabelas e analisaram a evolução das aproximações.

Os resultados evidenciaram avanços na compreensão dos métodos iterativos, na interpretação de gráficos e na análise de mudanças de sinal. Além disso, os estudantes perceberam as vantagens da Falsa Posição em termos de velocidade de convergência e compreenderam a importância da organização dos cálculos, dos critérios de tolerância e da automatização computacional. A comparação entre os dois métodos contribuiu para consolidar os conceitos estudados e preparar os participantes para etapas posteriores envolvendo programação e algoritmos numéricos.

Oitava e nona aula: A oitava e a nona aulas da sequência didática foram realizadas no laboratório de informática e tiveram como objetivo introduzir os estudantes à linguagem de programação Python. Inicialmente, os alunos conheceram o ambiente de desenvolvimento, suas aplicações e recursos, incluindo o uso da inteligência artificial como apoio na identificação de erros de programação. Em seguida, foram apresentados os comandos básicos da linguagem, como impressão de mensagens, variáveis, operadores, entrada de dados e comentários.

Por meio de atividades práticas realizadas individualmente, os estudantes demonstraram elevado interesse e participação, explorando progressivamente os recursos da linguagem. Na aula seguinte, foram aprofundados os conceitos relacionados à entrada de dados pelo usuário, com a realização de exercícios envolvendo cálculos matemáticos e a construção de um programa para determinação do Índice de Massa Corporal (IMC). As atividades contribuíram para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da familiaridade com a programação, além de promoverem maior engajamento dos alunos com as aplicações práticas da computação.

Décima e Décima primeira aula: A décima e a décima primeira aulas tiveram como objetivo aplicar, por meio da linguagem Python, os métodos da Bisseção e da Falsa Posição estudados anteriormente. Após uma revisão dos algoritmos e fluxogramas, os estudantes implementaram os métodos para resolver uma equação associada ao problema motivador da sequência didática, utilizando também o GeoGebra para analisar o comportamento gráfico da função e identificar um intervalo adequado para o isolamento da raiz.

A atividade permitiu que os alunos relacionassem os procedimentos matemáticos aos comandos computacionais, compreendendo conceitos como tolerância, número máximo de iterações e convergência. A comparação entre os dois métodos evidenciou diferenças quanto à velocidade de aproximação da raiz e ao número de iterações necessárias, favorecendo uma análise crítica sobre suas vantagens e limitações.

Os resultados demonstraram avanços significativos na compreensão dos métodos numéricos, no raciocínio algorítmico e na utilização da programação como ferramenta para resolução de problemas matemáticos. Além disso, a sequência didática possibilitou o desenvolvimento de habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) relacionadas à modelagem matemática, interpretação de gráficos, elaboração de algoritmos e introdução à programação, evidenciando o potencial pedagógico da integração entre Matemática, Computação e tecnologias digitais no Ensino Médio.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo analisar os métodos numéricos da Bisseção e da Falsa Posição, bem como investigar a viabilidade de sua abordagem no Ensino Médio por meio de uma sequência didática integrada à linguagem de programação Python. A partir do estudo teórico e da aplicação prática realizada com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, foi possível constatar que conteúdos tradicionalmente associados ao ensino superior podem ser adaptados e trabalhados de forma significativa na Educação Básica quando vinculados à resolução de problemas, à interpretação gráfica e ao uso de tecnologias digitais.

A análise dos métodos evidenciou que ambos são eficientes na determinação aproximada de raízes de funções contínuas, apresentando características distintas quanto à convergência e ao desempenho computacional. Enquanto o método da Bisseção destacou-se pela simplicidade e robustez, o método da Falsa Posição mostrou-se mais eficiente em diversos casos, demandando menor número

de iterações para atingir a precisão desejada. A implementação computacional dos algoritmos em Python permitiu aos estudantes visualizar o processo iterativo de forma concreta, favorecendo a compreensão dos conceitos de aproximação, erro, convergência e automatização de cálculos.

No âmbito pedagógico, os resultados obtidos indicam que a sequência didática contribuiu para o fortalecimento de conhecimentos relacionados às funções algébricas, à interpretação de gráficos, ao raciocínio lógico e à resolução de problemas. Além disso, a utilização de recursos como o GeoGebra e a programação em Python promoveu maior engajamento dos estudantes, estimulando a investigação, a experimentação e a construção ativa do conhecimento.

Outro aspecto relevante refere-se à integração entre Matemática e Computação, permitindo que os alunos percebessem a aplicação prática dos conteúdos estudados e desenvolvessem habilidades previstas na BNCC, especialmente aquelas relacionadas à modelagem matemática, ao pensamento computacional e à elaboração de algoritmos. A experiência demonstrou que a programação pode atuar como importante ferramenta de apoio ao ensino da Matemática, tornando conceitos abstratos mais acessíveis e contextualizados.

Por fim, conclui-se que a proposta desenvolvida se mostrou pedagogicamente viável e potencialmente replicável em outros contextos escolares, desde que sejam garantidas condições mínimas de infraestrutura tecnológica e planejamento didático adequado. Recomenda-se, para trabalhos futuros, a ampliação da amostra de participantes, a aplicação da sequência em diferentes séries do Ensino Médio e a investigação de outros métodos numéricos, ampliando as possibilidades de integração entre Matemática, tecnologia e resolução de problemas no contexto da Educação Básica.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. A coautora deste trabalho agradece à CAPES pela concessão da bolsa de mestrado no PROFMAT campus São João del-Rei.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. São Paulo: Editora Blucher, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 30 mai. 2026.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. **Análise numérica**. 10. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Métodos numéricos para engenharia**. 5. ed. São Paulo: AMGH, 2015.

GOMES, M. A.; ROCHA, V. L. **Cálculo numérico**: aspectos teóricos e computacionais. 2. ed. São Paulo: Pearson, 1996.

KIUSALAAS, J. **Numerical methods in engineering with Python**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

SAUER, T. **Numerical analysis**. 2. ed. Boston: Pearson, 2017.