

**LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO COM FIBRAS DE  
AÇO AO CISALHAMENTO**

**SHEAR STRENGTH OF ONE-WAY RIBBED SLABS WITH STEEL FIBER CONCRETE**

**LOSAS DE HORMIGÓN ARMADO NERVADAS UNIDIRECCIONALES CON  
FIBRAS DE ACERO RESISTENTES AL CORTE**

 10.56238/MultiCientifica-114

**Felipe da Silva Leite**

Mestre em Estruturas e Construção Civil  
Instituição: Universidade Federal do Pará  
E-mail: felipe.leite@ifap.edu.br

**Leomir Rafael Brito Silva**

Engenheiro Civil  
Instituição: Universidade Federal do Pará  
E-mail: sgt.rafa@gmail.com

**Dênio Ramam Carvalho de Oliveira**

Doutor em Estruturas  
Instituição: Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará  
E-mail: denio@ufpa.br

**Mateus Antônio Nogueira Oliveira**

Doutor em Engenharia Civil  
Instituição: Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais  
E-mail: mateusantonio@ufmg.br

**Marcio Rodrigo Nunes de Souza**

Doutor em Estruturas e Construção Civil  
Instituição: Instituto Federal do Amapá  
E-mail: marcio.souza@ifap.edu.br

**Williander de Almeida Marques**

Especialista em Sistemas Construtivos de Edificações  
Instituição: Universidade Federal do Amapá  
E-mail: williandermarques@gmail.com

**Francisco Xavier Gomes Pantoja Junior**

Especialista em Cálculo Estrutural e Fundações  
Instituição: Universidade Federal do Amapá  
E-mail: francisco.pantoja@ifap.edu.br



**Edson Igreja Bentes**

Especialista em Patologia das Construções  
Instituição: Universidade Federal do Amapá  
E-mail: edson.bentes@ifap.edu.br

## RESUMO

Lajes nervuradas são empregadas tanto em pequenas quanto em grandes obras e sua utilização cresce face as vantagens que este sistema construtivo proporciona. Entretanto, poucos estudos foram realizados no Brasil considerando o comportamento destas lajes sem armaduras transversais (estribos), nas nervuras. Este trabalho apresenta uma análise experimental de 8 lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado sujeitas a carregamentos distribuídos perpendicularmente às nervuras. Foram ensaiadas 4 (quatro) lajes de referência e 4 (quatro) lajes reforçadas com fibras de aço com comprimento de 1.700 mm e largura variando de 650 a 950 mm, todas com espessura de capa de 40 mm e nervuras com seção transversal de (100 x 100) mm<sup>2</sup>. A resistência do concreto à compressão foi de aproximadamente 30 MPa. Os resultados foram comparados aos estimados pelas normas ACI 318 [1], EHE 08 [2], NBR 6118 [3] e MC10 [4]. Verificou-se aumento de resistência considerável ao cisalhamento e a flexão para as lajes reforçadas com fibra, tornando-as tecnicamente viáveis.

**Palavras-chave:** Laje Nervurada. Laje Unidirecional. Cisalhamento. Fibra de Aço.

## ABSTRACT

The ribbed slabs are used both in small and large constructions, and its use is growing due to the advantages that this constructive system provides. However, considering the demeanor of these slabs without transverse reinforcements (stirrups), few studies were made in Brazil. This study brings an experimental analysis of 8 unidirectional ribbed slabs of reinforced concrete subjected to loads perpendicularly distributed to the ribs. 4 (four) reference slabs and 4 (four) reinforced slabs with steel fibers with a length of 1,700 mm and width ranging from 650 to 950 mm were tested, all with table thickness of 40 mm and ribs with cross section of (100 x 100) mm<sup>2</sup>. The compressive strength of concrete was approximately of 30 MPa. The results were compared to those estimated by the design codes ACI 318 [1], EHE 08 [2], NBR 6118 [3] and MC10 [4]. It was verified that the increase in shear and bending strength of the reinforced slabs with fibers was substantial, what makes those slabs technically feasible.

**Keywords:** Ribbed Slab. One-Way Slab. Shear. Steel Fiber.

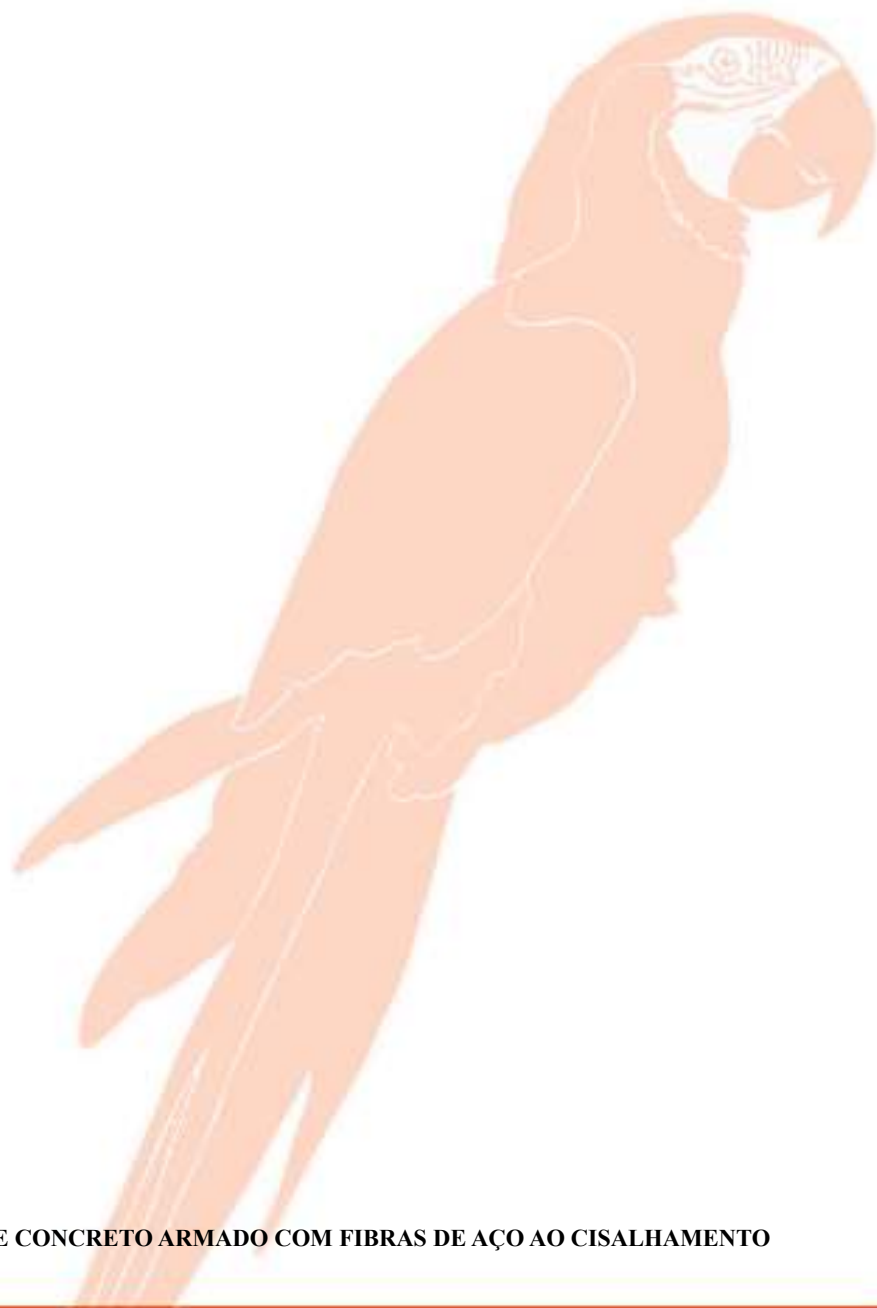
## RESUMEN

Las losas nervadas se utilizan tanto en proyectos de construcción pequeños como grandes, y su uso está creciendo debido a las ventajas que ofrece este sistema constructivo. Sin embargo, se han realizado pocos estudios en Brasil que consideren el comportamiento de estas losas sin refuerzo transversal (estribos) en las nervaduras. Este trabajo presenta un análisis experimental de 8 losas nervadas de hormigón armado unidireccionales sometidas a cargas distribuidas perpendicularmente a las nervaduras. Se ensayaron cuatro losas de referencia y cuatro losas reforzadas con fibras de acero, con una longitud de 1700 mm y un ancho que varía de 650 a 950 mm, todas con un espesor de losa de 40 mm y nervaduras con una sección transversal de (100 x 100) mm<sup>2</sup>. La resistencia a compresión del hormigón fue de aproximadamente 30 MPa. Los resultados se compararon con los estimados por las normas ACI 318 [1], EHE 08 [2], NBR 6118 [3] y MC10 [4]. Se observó un incremento considerable



en la resistencia al corte y a la flexión de las losas reforzadas con fibras, lo que las hace técnicamente viables.

**Palabras clave:** Losa Nervada. Losa Unidireccional. Corte. Fibra de Acero.





## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, devido às exigências de projetos, a indústria da construção demanda uma crescente necessidade de vãos maiores e menor quantidade de vigas. Nesse cenário, destaca-se o uso de lajes nervuradas, que, por sua vez, são estruturas mais leves devido ao uso de poliestireno expandido (EPS), ou, ainda fôrmas removíveis em regiões abaixo da linha neutra, onde, no caso de lajes maciças, essa região seria preenchida com concreto, tornando esta última menos econômica, tendo-se que utilizar parte de sua capacidade resistente para combater o peso próprio e até aumentar a quantidade de vigas com o objetivo de reduzir as flechas. Segundo Bochi Júnior (1995) [5], a utilização das lajes nervuradas, em virtude da minimização dos custos e prazos, supriu a crescente necessidade de racionalização na construção civil.

As lajes nervuradas unidirecionais podem ser construídas de forma pré-moldada, totalmente ou apenas as nervuras, e isso acarreta benefícios, tais como a redução de material para a execução de forma e escoramento, diminuição de mão de obra para execução, menor tempo para execução comparando com as convencionais, menor consumo de concreto devido à área preenchida por materiais inertes e redução na quantidade de entulhos na obra, ocasionado por descartes de madeira. Apesar das vantagens mencionadas, a eliminação das vigas, devido ao ganho de aumento de vão proporcionado pelas lajes nervuradas, ocasiona algumas desvantagens, como a diminuição da estabilidade global da estrutura, devido às ações horizontais.

A importância desse estudo é analisar os resultados de esforços, deformações e deslocamentos, pretendendo ampliar o conhecimento quanto ao comportamento resistente ao cisalhamento das nervuras e capas, considerando a variação do distanciamento entre eixos de nervuras ( $l_0$ ) e a utilização de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), procurando qualificar e quantificar a contribuição do sistema para o ganho de resistência ao cisalhamento. Busca-se avaliar os benefícios do uso de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) nas lajes nervuradas de concreto armado a partir de estudos experimentais onde a distância entre os eixos de nervuras foi a principal variável, pontuando-se a influência desta variação em seus comportamentos e as vantagens ocasionadas pela adição da fibra de aço ao concreto, bem como avaliar o nível de precisão dos códigos normativos em relação à resistência ao cisalhamento das estruturas. Ressalta-se que Barros *et al.* (2003) [6] e Gava (2004) [7], já constataram a contribuição das fibras como reforço e Claudio *et al.* (2014) [8] apresenta os avanços tecnológicos no desenvolvimento de fibras para reforço de concreto.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

A melhoria da qualidade dos procedimentos de projetos, referentes ao cisalhamento é uma preocupação da engenharia estrutural. As rupturas por cisalhamento em estruturas de concreto armado ocorrem geralmente de forma frágil, com pouco ou nenhum aviso prévio, além disso, tendem a ser menos previsíveis que as rupturas por flexão, devido aos mecanismos de ruptura consideravelmente mais complexos. As lajes nervuradas unidirecionais apresentam, caracteristicamente, configurações de viga T com mesas unidas, sendo necessário o entendimento das tensões de cisalhamento e esforços cortantes que surgirão por solicitações externas. Segundo Rüsç (1960) [9], as fissuras de cisalhamento podem ser originadas a partir de fissuras de flexão. Nestes casos, estas fissuras de flexão, assim que surgem, desencadeiam uma considerável redistribuição de tensões internas com consequências difíceis de calcular e que influenciam a inclinação das fissuras de cisalhamento.

### 2.2 MECANISMOS RESISTENTES

Conforme Rombach e Latte (2008) [10], a determinação da capacidade resistente ao cisalhamento em estruturas de concreto armado sem armaduras transversais é um clássico problema estrutural estudado há mais de 100 anos, sendo que esta dificuldade consiste na quantificação da resistência que o concreto comprimido pode oferecer frente às solicitações. Apesar deste trabalho, a maioria das pesquisas concentra-se em vigas simplesmente apoiadas ou em lajes abrangendo faixas com carregamentos aplicados sobre a largura total  $b$  inferior a  $4 \cdot d$ , sendo  $d$  a altura útil da laje. Os estudos experimentais mostram que a capacidade resistente ao cisalhamento de uma viga de concreto armado pode ser dividida em duas parcelas: uma resistida pela armadura transversal e outra pelo concreto e seus mecanismos auxiliares, que será abordada neste item. Ou seja, uma viga, mesmo sem estribos, apresenta capacidade de resistir a uma determinada força cortante. Macgregor (1997) [11] mostra a contribuição das várias componentes dos mecanismos das resistências ao cisalhamento de vigas sem armadura transversal, exceto a componente relativa ao efeito de arco, como mostrado na Figura 1. Quando a viga é solicitada, o cisalhamento é transferido através da linha ABC pelos mecanismos de resistência do concreto: concreto não fissurado ( $V_{cy}$ ), engrenamento dos agregados ( $V_a$ ) e encavilhamento da armadura longitudinal ( $V_d$ ). Imediatamente, após a inclinação das fissuras de flexão, entre 40% e 60% da resistência total ao cisalhamento é resistida pelo trabalho conjunto de  $V_d$  e  $V_{cy}$ . Considerando a parte DEF da estrutura fissurada e assumindo os momentos com relação ao ponto E, tem-se que  $V_d$  e  $V_a$  causam momento em relação ao ponto E, que deve ser equilibrado pela força de compressão  $C'1$ . O equilíbrio da resultante horizontal na seção ABDE mostra que  $T1 = C1 + C'1$ , e finalmente,  $T1 = C1 + C'1$  devem equilibrar o momento externo desta seção. Com o progresso da fissura diagonal, a parcela  $V_a$  decresce, aumentando a fração resistida por  $V_{cy}$  e  $V_d$ . O encavilhamento,



$V_d$ , conduz a separação do concreto ao longo da armadura. Quando ocorre a fissura,  $V_d$  cai, aproximando-se de zero. Quando  $V_a$  e  $V_d$  desaparecem, então faz  $V_{cy}$  e  $C1$ , com que o resultado de todo o cisalhamento e compressão seja transmitido para a profundidade AB acima da fissura. Neste momento da vida útil da estrutura, a seção AB sendo muito rasa, não resistirá às forças de compressão necessárias para o equilíbrio. Como resultado esta seção esmaga para cima, não trazendo qualquer resistência à solicitação. Collins *et al.* (2008) [12] apresentam uma análise de revisão de 60 anos de pesquisa sobre o comportamento de vigas curtas de concreto armado sem estribos, onde se concluiu que a maior parcela de resistência ao cisalhamento não se encontra na resistência característica do concreto, mas é afetada pelas dimensões do elemento estrutural, pelo engrenamento dos agregados e pelo efeito pino da armadura longitudinal. De acordo com a ACI-ASCE (1973) [13], para estruturas de concreto armado submetidas a esforços cortantes, a parcela de resistência devida ao concreto é a soma de diversos mecanismos capazes de transmitir esforços entre as seções como:

- a) *Engrenamento dos agregados (aggregate interlock)*: este mecanismo ocorre entre as duas superfícies originadas por uma fissura. A contribuição do engrenamento dos agregados para a resistência ao cisalhamento depende da abertura da fissura e da rugosidade das superfícies;
- b) *Efeito de arco (arching action)*: este mecanismo ocorre de forma mais expressiva em vigas com vãos reduzidos devido à acomodação das tensões de compressão no arco e à intensidade destas tensões depender principalmente da inclinação do arco, sendo diretamente ligada à relação  $a/d$ , ou seja, quanto menor o valor do vão de cisalhamento  $a$  (vigas curtas), maior o efeito de arco;
- c) *Concreto não fissurado (cantilever action)*: este mecanismo ocorre em trechos não fissurados da viga (entre duas fissuras consecutivas) ou em partes não fissuradas de elementos fissurados (zona de compressão de uma seção fissurada);
- d) *Efeito de encavilhamento da armadura (dowel action-effect)*: a armadura longitudinal resiste a uma parcela do deslocamento causado pela força cortante devido ao efeito de pino na barra. A força de pino na barra da armadura longitudinal depende da rigidez da barra na interseção com a fissura.

### 2.3 PROPRIEDADES DO CRFA NO ESTADO ENDURECIDO

A ductilidade, a tenacidade e a resistência residual pós-fissura são algumas das vantagens do CRFA, em comparação ao concreto simples. O comportamento distinto entre estes materiais pode ser atribuído à interação fibra-concreto que se desenvolve no momento da formação de fissuras. Neste momento, ocorre transferência de esforços entre o concreto e as fibras. Para explicar esse mecanismo de transferência de esforços, Garcez (2005) [14] mostra na Figura 2 que, após a ocorrência de uma fissura (fase 5), a transferência de esforços se dá por atrito, sendo essa tensão de atrito distribuída na



interface da fibra-concreto. Para níveis de solicitações superiores aos de formação de uma fissura, ocorre o deslocamento das fibras (fase 4) e inicia o processo de arrancar as fibras da massa de concreto (fase 2). Neste momento, o esforço para que ocorra o arrancamento da fibra é elevado, o que justifica a tenacidade do CRFA. Quando a solicitação se intensifica, a abertura da fissura aumenta e as fibras começam a atuar como pontes de transferência de tensão (fase 3) até o seu total arrancamento ou ruptura (fase 1 e 2, respectivamente).

## 2.4 VIGAS E LAJES REFORÇADAS COM FIBRAS

Conforme Hazrina et al (2017) [15] o concreto reforçado com fibras de aço com consumo de fibras ( $C_f$ ) de 1%, pode substituir integralmente as armaduras convencionais, tanto à flexão quanto ao cisalhamento, apresentando capacidade de carga praticamente iguais às lajes com armaduras. Para Arslan (2014) [16], em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, o controle de fissuração resultante de tensão normal é mais eficaz em comparação ao concreto simples, pois as fibras proporcionam uma maior rigidez após o início da fissura. De acordo com Macgregor e Whigt (2012) [17], as fibras de aço tendem a aumentar a capacidade ao cisalhamento por garantir uma resistência à tração do concreto ao longo da fissura inclinada, resultando em acréscimo da componente do engrenamento do agregado, semelhante ao observado nas vigas com armadura transversal. Segundo KWAK et al (2002) [18] a utilização do concreto reforçado com fibras de aço em vigas, aumenta a resistência ao cisalhamento e a ruptura que geralmente é frágil pode ser suprimida em favor de uma ruptura dúctil. Como dito anteriormente, as fibras aço ajudam a formar pontes de tensão que realizam uma maior distribuição dos esforços, auxiliando como mecanismo que retarda a propagação das fissuras no concreto, proporcionando maior capacidade portante (Dinh *et al.*, 2010) [19].

Para formular a condição de equilíbrio para uma viga de concreto armado, sem estribo, reforçado com fibra de aço, Lim e Oh (1999) [20] mostraram o que é necessário para identificar todas as ações externas e internas que podem estar presentes na face da fissura inclinada. Os esforços cisalhantes são transmitidos por meio das seguintes parcelas: efeito do concreto não fissurado da região comprimida ( $V_c$ ), efeito do engrenamento entre os agregados ao longo da fissura diagonal ( $V_d$ ), efeito de pino da armadura longitudinal que atravessa esta fissura ( $V_a$ ) e componentes verticais da força de arrancamento das fibras ao longo da fissura inclinada ( $V_f$ ).

## 3 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

### 3.1 NBR 6118 (2023)

Segundo a norma brasileira as lajes nervuradas unidirecionais devem ser calculadas segundo a direção das nervuras, sendo desprezadas a rigidez transversal e a rigidez à torção, esta norma não traz prescrições para o cálculo de lajes fabricadas com CRFA. A NBR 6118 [3] prescreve que para lajes



nervuradas com espaçamento ( $l_0$ ) entre eixos de nervuras menor ou igual a 650 mm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje (Equação 1), em relação ao termo ( $\sigma_{CP}$ ), este foi igualado à zero já que as lajes ensaiadas não foram submetidas a pré-carregamentos ou tensões de compressão perpendiculares a seção transversal. Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 650 mm e 110 mm exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas, verificando-se a diagonal tracionada, (Equação 2). Para as duas equações não foi utilizado o coeficiente de ponderação do concreto ( $\gamma_c$ ) e os valores resistentes do concreto, à tração e a compressão, utilizados foram os encontrados nos ensaios de caracterização, ( $f_c$ ) e ( $f_t$ ) apresentados na tabela 1, objetivando a comparação entre as equações e os resultados experimentais.

$$V_{Rd} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) + 0,15 \cdot \sigma_{CP}] \cdot b_w \cdot d \quad (1)$$

$$V_{Rd} = V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (2)$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (3)$$

$$k = (1,6 - d) \geq 1 \quad (4)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (5)$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (6)$$

$$f_{ct,d} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (7)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ct,d} \quad (8)$$

Sendo,

$f_c$ : Resistência à compressão do concreto;

$f_t$ : Resistência à tração do concreto;

$f_{ck}$ : Resistência característica à compressão do concreto;

$V_{Rd}$ : Força cortante resistente de cálculo;

$V_{c0}$ : Valor de referência para a parcela de força cortante resistida pelo concreto;

$\rho_l$ : Taxa geométrica de armadura longitudinal de tração;

$\tau_{Rd}$ : Tensão de cisalhamento resistente de cálculo;

$f_{ctd}$ : Resistência de cálculo do concreto à tração;

$\sigma_{CP}$ : tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de n cabos;

$\gamma_c$ : Coeficiente de ponderação da resistência do concreto;

$f_{ctk,inf}$ : Resistência característica à tração do concreto com o valor inferior;

$f_{ct,m}$ : Resistência média à tração do concreto ( $f_{ct,m} = f_t$ );



$A_{sl}$ : Área da armadura longitudinal de tração;

$k$ : Coeficiente relacionado a armadura longitudinal de tração;

$b_w$ : Largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ .

### 3.2 ACI 318 (2014)

De acordo com a ACI 318 [1], a resistência ao cisalhamento de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado não reforçada ao cisalhamento é baseada na tensão de cisalhamento média da superfície transversal efetiva  $b_w \cdot d$  e do efeito pino. Para o cálculo de vigas sem armadura de cisalhamento tem-se que  $V_u = V_c$  conforme Equação 8 e a resistência ao cisalhamento pode ser expressa pela Equação 9.

$$V_u = V_c \quad (8)$$

$$V_c = 0,16 \cdot \lambda \cdot \left( \sqrt{f'_c} + 17 \cdot \rho_w \right) \cdot b_w \cdot d \quad (9)$$

Sendo,

$V_c$ : Resistência a força cortante absorvida pelo concreto em N.mm;

$V_u$ : Esforço cortante solicitante último em N.mm;

$f'_c$ : Resistência a compressão do concreto em Mpa;

$\rho_w$ : Taxa de armadura longitudinal ( $\rho_w = \rho_l$ );

$\lambda$ : Fator de modificação da tensão no concreto (concreto de massa normal  $\lambda=1$ ).

### 3.3 EHE 08 (2010)

De acordo com a norma espanhola EHE 08 [2], a resistência ao cisalhamento de peças de concreto não armadas ao cisalhamento ( $V_{u2}$ ) é expressa pela equação 10, onde ( $V_{cu}$ ) é estimada pela equação 11 e as grandezas ( $f_{cv}$ ) e ( $\epsilon$ ) são estimadas pelas equações 12 e 13, respectivamente. ( $V_{fu}$ ) é a parcela de resistência absorvida pelas fibras de aço, calculada conforme a equação 9, o parâmetro ( $f_{R3}$ ) é obtido com a equação 29, em relação as equações 14, 15 e 16 não foi utilizado o coeficiente de ponderação ( $\gamma_c$ ) no cálculo de ( $f_{R3,d}$ ) e em ( $f_{cv}$ ) foram utilizados valores experimentais apresentados na tabela 3, afim de comparar os resultados das equações aos resultados obtidos nos ensaios experimentais.

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{fu} \quad (10)$$

$$V_{cu} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \epsilon \cdot \left( (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cv})^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma_{CP} \right) \cdot b_w \cdot d \quad (11)$$
$$\geq 0,75 \cdot \epsilon^{2/3} \cdot f_{cv}^{1/2} \cdot b_w$$



$$f_{cv} = \min (f_{ck}; 60) \quad (12)$$

$$\varepsilon = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \leq 2 \quad (13)$$

$$V_{fu} = 0,7 \cdot \varepsilon \cdot \tau_{fd} \cdot b_w \cdot d \quad (14)$$

$$\tau_{f,d} = 0,5 \cdot f_{ctR,d} \quad (15)$$

$$f_{ctR,d} = 0,33 \cdot f_{R3,d} \quad (16)$$

Sendo,

$V_{cu}$ : Contribuição de resistência do concreto ao cisalhamento;

$V_{fu}$ : Contribuição de resistência das fibras de aço;

$f_{cv}$ : Resistência de cálculo ao esforço cortante ( $f_{cv} = f_c$ );

$\varepsilon$ : Deformação relativa ao longo da altura da seção (fator de escala);

$\tau_{fd}$ : Valor de cálculo do acréscimo de resistência ao cisalhamento devido o reforço das fibras de aço;

$f_{ctR,d}$ : Valor de cálculo da resistência residual à tração do CRFA;

$f_{R3,d}$ : Valor de cálculo da resistência residual à tração, do CRFA, na flexão correspondente à abertura de fissura de 2,5 mm.

### 3.4 CEB-FIP MODEL CODE (2010)

O CEB-FIP Model Code (MC10) é um documento produzido com a colaboração de 41 países, tendo como objetivo principal servir de base para futuros códigos e apresentar novos desenvolvimentos no que tange à materiais e estruturas de concreto, a fim de alcançar o comportamento ideal, baseando-se em requisitos de desempenho.

#### 3.4.1 Resistência ao Cisalhamento ( $V_R$ )

A resistência ao cisalhamento ( $V_{Rd,f}$ ) de peças de concreto não armadas ao cisalhamento e reforçadas com fibras de aço é estabelecida em função ( $V_{Rd,f}$ ) como apresenta a equação 17, onde ( $f_{Ftuk}$ ) é definido pela equação 18, ( $f_{Fts}$ ) conforme equação 19 e ( $f_{ctk}$ ) de acordo com a equação 20. A estimativa da resistência do concreto não reforçado com fibras foi estimado pela equação 21 e os parâmetros ( $k_V$ ) e ( $k_{dg}$ ) foram estimados pelas equações 22 e 23, respectivamente. Para todas as equações foram considerados os valores de ensaio referente as características resistentes do concreto e o coeficiente de ponderação ( $\gamma_c$ ) foi desprezado visando a comparação destas equações com os resultados experimentais apresentados na tabela 4.



$$V_{Rd,f} = \left\{ \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left[ 100 \cdot \rho \cdot \left( 1 + 7,5 \cdot \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) \cdot f_{ck} \right]^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma_{CP} \right\} \cdot b_w \cdot d \quad (17)$$
$$\geq 0,035 \cdot k^{1,5} \cdot f_{CK}^{0,5} \cdot b_w \cdot d$$

$$f_{Ftuk} = f_{Fts} - \frac{1,5}{2,5} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad (18)$$

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{R1} \quad (19)$$

$$f_{ctk} = 2 \cdot \ln \left( 1 + \frac{f_{CK}}{10} \right) \quad (20)$$

$$V_R = K_V \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot z \cdot b_w \quad (21)$$

$$k_V = \frac{0,4}{1 + 1500 \cdot \varepsilon_x} \cdot \frac{1300}{1000 + k_{dg} \cdot z} \quad (22)$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (23)$$

Sendo,

$V_{Rd,f}$ : Resistência ao cisalhamento do concreto reforçado com fibras;

$f_{Ftuk}$ : Valor característico da resistência à tração residual última para o CRFA;

$f_{ctk}$ : Valor característico da resistência à tração para o concreto sem fibras;

$f_{Fts}$ : Resistência residual no estado limite de serviço;

$f_{R1}$ : Valor de cálculo da resistência residual à tração, do CRFA, na flexão correspondente à abertura de fissura de 0,5 mm;

$\varepsilon_x$ : Deformação no centro da nervura;

$Z$ : Braço de alavanca entre a armadura de tração e o bloco de compressão;

$d_g$ : Diâmetro máximo do agregado.

### 3.4.2 Resistência à Flexão

Para determinar o valor de ( $M_R$ ), utilizou-se o modelo de flexão do (MC10) [4]. Neste modelo, a contribuição das fibras de aço é dada por ( $f_{Ftu}$ ), a qual é calculada pela equação 13. Como mostra a Figura 3, as grandezas ( $F$ ) e ( $y$ ) são, respectivamente, as resultantes de força e os seus respectivos braços de alavanca e, para definir o bloco de compressão estabelece os valores para os parâmetros  $\lambda = 0,8$  e  $\eta = 1$  para  $f_c \leq 58 \text{ MPa}$ .

Quanto à distribuição das deformações admite-se que ( $\varepsilon_{cu}$ ) seja igual a 3,5%, porém observa-se que ( $\varepsilon_{t,bot}$ ) não deve ser superior à ( $\varepsilon_{fu}$ ), estimada pela equação 24. Admitir ( $S_{rm}$ ) conforme equação 27 conduz à respostas satisfatórias. Nesse contexto, a Tabela 5 apresenta um resumo do processo iterativo, em função da linha neutra, após ser estabelecida a compatibilização das deformações e o equilíbrio das resultantes de força ( $\Sigma F \approx 0$ ).



$$\varepsilon_{fu} = \frac{w_u}{l_{cs}} \quad (24)$$

$$w_u = 2,5 \text{ mm} \quad (25)$$

$$l_{cs} = \min (y; S_{rm}) \quad (26)$$

$$S_{rm} = \frac{d}{2} \quad (27)$$

Sendo,

$M_R$ : Momento resistente;

$a$ : Valor do vão de cisalhamento;

$\varepsilon_{fu}$ : Strain of non-metalic reinforcement at maximum force in tension;

$l_{cs}$ : Refere-se ao comprimento estrutural característico;

$w_u$ : Representa a abertura máxima admissível da fissura;

$S_{rm}$ : Valor da distância média entre fissuras;

$y$ : Representa a distância da linha neutra à fibra mais tracionada da seção;

$\varepsilon_{cu}$ : Deformação máxima no concreto comprimido;

$\varepsilon_{t,bot}$ : Deformação na fibra mais tracionada da seção.

## 4 PROGRAMA EXPERIMENTAL

### 4.1 CARACTERÍSTICAS DAS LAJES

Foram realizados ensaios em 8 painéis de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado até a ruptura, sem a presença de armadura de combate ao cisalhamento nas nervuras. As lajes foram divididas em 2 grupos de 4 lajes cada, no qual o grupo C30 (Laje de Concreto Armado), foi composto de quatro painéis de 1.700 mm de comprimento, com variações no distanciamento entre os eixos das nervuras ( $l_0$ ) de 550 mm, 650 mm, 750 mm e 850 mm e o grupo CRFA (Laje de Concreto Reforçado com Fibra Aço), composto de quatro lajes com a mesma variação do grupo anterior, mas contendo fibra de aço no concreto, como apresentado na Tabela 1. Todas as lajes apresentaram espessura de 40 mm para a capa e nervuras com seção transversal de (100 x 100) mm<sup>2</sup>, deixando-as com uma altura total de 140 mm (Figuras 4 e 5).

O cobrimento do concreto adotado para todas as armaduras foi de 20 mm. Todos os painéis apresentam as mesmas disposições para as armaduras, constituídas por 2Ø12,5 mm nas nervuras, a uma altura útil de 113,8 mm, resultando em 2,06% de taxa de armadura e com relação  $a/d = 3,08$ , e com barras de 5 mm diâmetro para o combate à flexão das mesas. Não foram utilizadas armaduras de cisalhamento nas nervuras com o objetivo de quantificar a contribuição do espaçamento entre as nervuras e fibras de aço para resistência ao cisalhamento. Para evitar o esmagamento localizado do concreto decorrente da concentração de tensões nas regiões de apoio e aplicação da carga, optou-se por reforçar estes locais utilizando estribos 2Ø6,3 mm de diâmetro e distantes 100 mm entre si na



região dos apoios e pontos de aplicação da carga, as figuras 4 e 5 mostram as disposições das armaduras. Para o grupo de lajes CRFA foi utilizado um consumo de fibras ( $C_f$ ) de 1,0% ( $\approx 75 \text{ kg/m}^3$ ). A Figura 6 mostra a fibra de aço utilizada no reforço das lajes em CRFA que foi a do tipo *Crimped* (Harvest W-LCS/50/75W) com comprimento ( $l_f$ ) de 38 mm e diâmetro equivalente ( $d_f$ ) de 1,28 mm, características determinadas conforme a NBR 15530 [21], e limite de resistência à tração de 800 MPa.

No que diz respeito à resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), adotou-se 30 MPa e a concretagem das lajes foi realizada com concreto feito *in loco*, juntamente com a adição da fibra de aço, sendo necessário um volume aproximado de  $1 \text{ m}^3$  para moldar as lajes e os corpos de prova. A Figura 7 mostra as etapas de confecção das lajes nervuradas.

## 4.2 INSTRUMENTAÇÃO

A instrumentação teve o objetivo registrar o comportamento das lajes para posterior comparação, visando identificar a influência das fibras de aço no desempenho ao cisalhamento e definir os modos de ruptura. Para este propósito foram monitorados os deslocamentos e as deformações nas armaduras e no concreto, além do mapeamento das fissuras.

### 4.2.1 Deslocamentos

- Os deslocamentos verticais (flechas) foram medidos através de 2 relógios comparadores da marca *DIGIMESS*, com curso máximo de leitura de 50 mm e precisão de 0,01 mm, posicionados no meio do vão, espaçados de uma nervura a outra e em contato com a superfície superior das lajes. Na parte inferior da laje, próximo ao centro, foi utilizado um LVDT (Linear Variable Differential Transformer) do tipo DCTH3000A, fabricado pela empresa RDP *Electrosense*, com deslocamento linear de  $\pm 75 \text{ mm}$ , posicionados com o auxílio de um suporte magnético fixado a viga de reação do pórtico de ensaio. A Figura 8 mostra o posicionamento dos relógios comparadores.

### 4.2.2 Superfície do concreto

Para medir as deformações no concreto foram utilizados 8 extensômetros elétricos de resistência (EER), fabricados pela empresa EXCEL SENSORES, modelo PA-06-201BA-120L, um para cada laje, fixados na superfície superior do concreto, logo acima de uma das nervuras, no meio do vão destas, sendo posteriormente conectados ao equipamento de aquisição de dados (modelo ALMEMO). Tal posicionamento é justificado pelo fato de ser a região de máximo momento fletor, ou seja, região de máxima tensão de compressão do concreto. O posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto é apresentado na Figura 8.



### 4.2.3 Armadura de Flexão

A instrumentação da armadura de flexão se deu por meio de 8 extensômetros elétricos de resistência (EER), fabricados pela empresa EXCEL SENSORES, modelo PA-06-125AA-120L, que foram fixados em uma das barras da armadura de flexão e no meio do vão de uma nervura de cada laje, conforme mostra a Figura 8. Novamente, esta posição é justificada por ser a região de máximo momento fletor onde ocorre o escoamento das armaduras tracionadas.

## 4.3 SISTEMA DE ENSAIO

O sistema de ensaio foi montado sobre uma laje de reação e objetivou a resposta da estrutura ao carregamento distribuído, aplicado transversalmente às nervuras. Assim, as lajes foram apoiadas em roletes sobre vigas metálicas, suportando o carregamento aplicado perpendicularmente às nervuras (direção horizontal), na face superior do painel, através de um perfil metálico bi apoiado utilizado para distribuição do carregamento. A aplicação do carregamento se deu através de um cilindro hidráulico de acionamento manual e com capacidade para 1000 kN, conectado a uma bomba hidráulica, sobressendo que o registro da intensidade do carregamento foi realizado com o auxílio de uma célula de carga com capacidade para 1000 kN e precisão de 1 kN conectada a um mostrador digital. Os carregamentos foram estabelecidos por passos de carga de 5 kN.

As leituras das deformações foram obtidas utilizando-se um sistema modular de aquisição de dados *ALMEMO*®5690-2 m, da *Ahlborn*, compatível com o *software AMRWinControl*, que procedeu a leitura dos extensômetros posicionados no aço e no concreto. Foram utilizados intervalos de incremento de carga de 5 kN para cada coleta de dados, bem como para a devida efetivação da leitura dos extensômetros, relógios comparadores e marcação de fissuras, a fim de se alcançar um número satisfatório de leituras visando a execução dos gráficos que representarão o comportamento das lajes. A Figura 9 mostra detalhes do sistema de ensaio.

## 5 RESULTADOS

### 5.1 MATERIAIS

As propriedades mecânicas do concreto foram determinadas a partir de ensaios de resistência à compressão ( $f_c$ ), resistência à tração ( $f_t$ ) por compressão diametral e módulo de elasticidade ( $E_c$ ), segundo as normas NBR 5739 [22], NBR 7222 [23] e NBR 8522 [24], respectivamente. Os resultados apresentados na Tabela 2 são a média para 3 corpos de prova cilíndricos ensaiados para cada laje em suas respectivas idades.

As características do aço à tração foram obtidas através de ensaios padronizados e curva de distribuição normal. Foram extraídos três corpos de prova com 600 mm de comprimento para os ensaios de tração, todas de mesmo lote, com 12,5 mm de diâmetro (CA-50), a fim de determinar as



propriedades mecânicas do aço como a tensão de escoamento ( $f_{ys}$ ) igual à 570 MPa, tensão de ruptura ( $f_u$ ) igual à 687 MPa, deformação de escoamento ( $\epsilon_{ys}$ ) igual à 2,33 ‰ e módulo de elasticidade ( $E_s$ ) de 244,6 GPa.

Em relação às fibras de aço, foi considerada a proposta de Moraes Neto *et al.* (2013) [25] para estimar os valores das tensões residuais  $f_{Ri}$  ( $i = 1, 3$  e  $4$ ), utilizadas nas estimativas de capacidade de carga das lajes e esta relaciona o consumo de fibra ( $C_f$ ) com produto entre o comprimento da fibra ( $l_f$ ) e o diâmetro ( $d_f$ ) como segue:

$$f_{R1} = 7,5 \cdot \left(C_f \cdot \frac{l_f}{d_f}\right)^{0,8} \quad (28)$$

$$f_{R3} = 6,0 \cdot \left(C_f \cdot \frac{l_f}{d_f}\right)^{0,7} \quad (29)$$

## 5.2 DESLOCAMENTOS

Os relógios comparadores foram distribuídos no meio do vão das nervuras e da capa, com a finalidade de comparar o comportamento das lajes devido à variação do espaçamento entre as nervuras. A Figura 10 mostra o gráfico dos deslocamentos verticais observados nas lajes. Verificou-se um maior deslocamento, até a ruptura, nas lajes reforçadas com CRFA em comparação com as lajes da classe C30, em média 37% de acréscimo, e esse aumento de ductilidade é explicado pelo controle de fissuração causado pela interação da fibra com o concreto. Os gráficos de deslocamento evidenciam também um aumento de rigidez proporcionado pelo aumento do módulo de elasticidade do concreto CRFA.

## 5.3 DEFORMAÇÕES DO CONCRETO

Optou-se por medir apenas as deformações na região das nervuras e as lajes L1 e L6 foram as que apresentaram as maiores deformações, 1,1‰ ( $\epsilon_{c,máx}$ ), indicando que não houve a ocorrência do esmagamento do concreto em nenhuma das lajes, como apresentado na Tabela 3.

## 5.4 DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE FLEXÃO

As maiores deformações foram registradas para as lajes com maiores cargas de rupturas, todas reforçadas com CRFA (L6, L7 e L8), provavelmente devido ao aumento de ductilidade do concreto, gerando maiores deslocamentos. A laje L8 apresentou deformação máxima de 2,69‰ ( $\epsilon_{s,máx}$ ) na armadura de flexão, atingindo o escoamento (2,33‰), sendo a única a escoar. A Figura 11 mostra as deformações máximas nas armaduras de flexão para todas as lajes.



## 5.5 PADRÃO DE FISSURAÇÃO

O padrão de fissuração foi semelhante para todas as lajes, onde o início aconteceu com a fissuração no centro das capas em direção às nervuras. Nas nervuras ocorreram fissuras inclinadas de cisalhamento na região dos apoios, o que configurou a iminência da ruptura por cisalhamento, sendo que a superfície de ruptura prolongou-se até a capa, levando ao colapso da laje.

Na superfície superior da laje houve um padrão de fissuração longitudinal no encontro entre a capa e a nervura, sendo que em algumas lajes esta fissuração atingiu a seção transversal da nervura. Esta fissuração na superfície superior é prevista pelas normas para lajes nervuradas com distância entre eixos ( $l_0$ ) acima de 650 mm, porém, abaixo deste valor normativo não há nenhuma recomendação para análise, sendo que as capas das lajes L1 e L5 apresentaram esta fissuração paralela às nervuras excessivamente. Os padrões de fissuração das nervuras das lajes são apresentados na Figura 12. Estas nervuras apresentaram maior grau de fissuração que as capas e foram onde ocorreram as rupturas.

## 5.6 CARGAS ÚLTIMAS E MODOS DE RUPTURA

As lajes nervuradas ensaiadas chegaram à ruptura com carregamentos ( $P_u$ ) de 116 kN, 95 kN, 91 kN, 107 kN, 118 kN, 140 kN, 178 kN e 186 kN para as lajes L1 à L8 respectivamente, como mostra a Figura 13. Tendo como base estudos anteriores realizados com lajes nervuradas, percebeu-se a relevante influência da rigidez da mesa na resistência ao cisalhamento das lajes nervuradas conforme já evidenciado por Souza *et al.* (2014) [26].

Houve uma proporcionalidade entre a utilização de CRFA, com o distanciamento entre as nervuras ( $l_0$ ) e o aumento da carga última de ruptura, demonstrando que houve um considerável ganho de resistência mesmo sem armadura transversal. Todas as lajes romperam por cisalhamento sem apresentar escoamento da armadura de flexão das nervuras, com exceção da L8. O valor da carga última à flexão ( $P_{FLEX}$ ) foi de 176 kN, estimado pela norma CEB-FIP (MC10) [4], conforme processo iterativo apresentado na tabela 5, apenas as lajes L7 e L8 apresentaram cargas de ruptura ( $P_u$ ) com valores próximos à ( $P_{FLEX}$ ), para as demais lajes os valores das cargas de ruptura ( $P_u$ ), foram menores que ( $P_{FLEX}$ ), ratificando o modo de ruptura observado. A Tabela 3 apresenta os modos de ruptura observados e a relação entre  $P_{FLEX}/P_u$ .

## 5.7 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ESTIMADOS

A Tabela 4 apresenta as cargas últimas experimentais e estimadas pelas normas ACI 318 [1], EHE 08 [2], NBR 6118 [3] e MC10 [4] para resistência ao cisalhamento ( $V_U$ ), todas normas, foram utilizadas para estimar a resistência das lajes confeccionadas com concreto da classe C30 e apresentaram resultados conservadores no que diz respeito ao cisalhamento, em média, os resultados



da NBR 6118 [3] foram 40% inferiores em relação aos resultados experimentais e os resultados estimados pela ACI 318 [1] foram mais conservadores com resultados em média, 56% menores, em comparação com os resultados experimentais. Nas estimativas das lajes confeccionadas com CRFA foram utilizadas as normas EHE 08 [2] e CEB-FIB MC [4] e os resultados também foram conservadores e minoraram a resistência ao cisalhamento em média, 41% quando comparado os resultados experimentais à norma EHE 08 [2] e 39% quando comparado com os resultados estimados pela MC [4]. Nas lajes reforçadas com CRFA a diferenças entre as estimativas e os resultados experimentais foram ainda mais conservadores quando se analisa as lajes com maiores distanciamentos entre as nervuras ( $l_0$ ), ou seja, com maior área de capa, com destaque para a L8 cujo resultado experimental ficou 99% maior do que o estimado pela EHE 08 [2].

## 6 CONCLUSÕES

Os resultados desse estudo conduzem à conclusões de que as lajes executadas com concreto convencional seguiram o padrão de maiores resistência para os menores distanciamentos entre nervuras ( $l_0$ ), e a explicação é que para os maiores espaçamentos entre nervuras ocorreram maiores deslocamentos verticais das capas, torcendo as nervuras e abreviando a ruptura por cisalhamento. Para as lajes reforçadas com CRFA foi observado que todas apresentaram ganho de resistência ao cisalhamento, sendo que este fenômeno ocorreu devido ao reforço com CRFA aumentar a rigidez da capa e à contribuição da tensão residual do CRFA no combate à fissuração, minimizando os efeitos da torção nas nervuras. As capas com CRFA contribuíram para a resistência ao cisalhamento mais efetivamente que as capas confeccionadas com concreto da classe C30. Nenhuma laje atingiu o limite convencional de deformação do concreto de ruptura de flexão normativo de 3,5%. Na superfície superior de todas as lajes houve um padrão de fissuração no encontro capa-nervura, corroborando com as prescrições normativas para verificação da capa à flexão em lajes nervuradas com distanciamento excessivo entre as nervuras. Todas as normas analisadas estimaram resistências ao cisalhamento inferiores aos resultados encontrados experimentalmente, subestimando estes resultados em até 60% pela ACI 318 [1] e 50% pela EHE 08 [2] para as lajes sem e com CFRA, respectivamente.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao IPEAM pelo apoio financeiro em todas as etapas do trabalho.



## REFERÊNCIAS

- [1] ACI 318. Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2014.
- [2] INSTRUCCION ESPAÑHOLA DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL (EHE 08) – Norma espanhola sobre el cálculo y seguridad en estructuras de hormigón– Madri, 2010.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2023.
- [4] CEB-FIP MODEL CODE 2010: Final Draft. Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2011. (This final draft has not been published), 2010.
- [5] BOCHI JÚNIOR, C.F. Lajes Nervuradas de Concreto Armado: Projeto e Execução. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1995.
- [6] BARROS, J., RIBEIRO, A., CUNHA, V., ANTUNES, Steel fibres for the shear resistance of reinforced concrete beams. Dimensionamento de estruturas de betão reforçado com fibras de aço, DEC – UM, Portugal, 2003.
- [7] G. P. GAVA et al. Ensaio de flexão de vigas com concreto reforçado com fibras de aço: influência na presença e posicionamento do entalhe e do número de fibras na seção fissurada- e. Mat, vol 1, n. 2, p. 114-127, Novembro 2004.
- [8] CLAUDIO ALCIDES JACOSKI et al. Prospecção tecnológica de concreto com adição de fibras - Cad. Prospec, Salvador, v. 7, n. 3, p. 368-376, jul./set. 2014.
- [9] RÜSCH, H. Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete. ACI Journal, p. 1-28. July 1960.
- [10] ROMBACH, G.; LATTE, S. Shear Resistance of Bridge Decks without Shear Reinforcement. Proceeding of the FIB Symposium “Tailor Made Concrete Structures”, Amsterdam, 2008.
- [11] MACGREGOR, J. G. Reinforced Concrete: Mechanics and Design. New Jersey, Prentice-Hall; Third Edition, 197p.; 1997.
- [12] COLLINS, M.P.; BENTZ, E.C; SHERWOOD, E.G. Where is Shear Reinforcement Required? Review of Research Results and Design Procedures. ACI Structural Journal/September- October, 2008.
- [13] ACI-ASCE Committee 426. The Shear Strength of Reinforced Concrete Members. In: Journal of the Structural Division, Vol. 99, N° ST6, June, 1973, pp. 1091 – 1187.
- [14] GARCEZ, E. O. Análise teórico-experimental do comportamento de concreto reforçado com fibras de aço submetidos a cargas de impacto. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2005.
- [15] HAZRINA, A. MOHD, H. MOHD, H. AFIDAH, A. B. SITI, H. H. AND FADHILLAH, A. R. Flexural Strength and Behaviour of SFRSCC Ribbed Slab Under Four Point Bending. Proceedings of the 3rd International Conference on Construction and Building Engineering (ICONBUILD), Indonesia, August/2017.

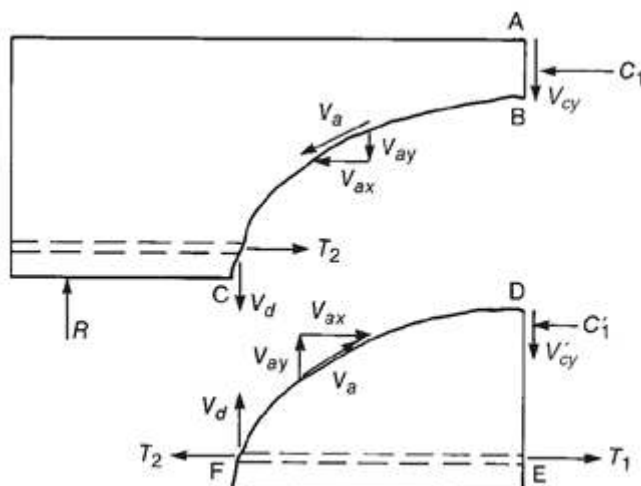


- [16] ARSLAN, G. Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC) Slender Beams. KSCE Journal of Civil Engineering, structural, No. 18 (2), p 587-594, 2014.
- [17] MACGREGOR, J.G.; WIGHT, J.K. Reinforced concrete – Mechanics and design. 4a ed., Upper Saddle River, Ed. Prentice Hall, 1132p. 2012.
- [18] YOON-KEUN KWAK, MARC O, EBERTHARD, WOO-SUK KIM, AND JUBUM KIM. Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrup. ACI Structural Journal, No 5. August, 2002.
- [19] DINH, H. H., PARRA-MONTESINOS, J., WIGHT, J. K. Shear Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement. ACI Structural Journal, V. 107, No 5. September, 2010.
- [20] LIM, D. H., OH, B. H. Experimental and theoretical investigation on the shear of steel fibre reinforced concrete beams. Engineering Structures, Elsevier. No 21, p 937-944, 1999.
- [21] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 15530. Fibras de aço para concreto – Especificações. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, 2007.
- [22] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 5739 – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto. Rio de Janeiro, 2007.
- [23] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 7222 – Argamassa e Concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos – Método de Ensaio. Rio de Janeiro, 2011.
- [24] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 8522 – Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação – Método de Ensaio. Rio de Janeiro, 2008.
- [25] MORAES NETO, B. N. BARROS, J. A. O.; MELO, G. S. S. A. A model for the prediction of the punching resistance of steel fiber reinforced concrete slabs centrally loaded. Construction and Building Materials, 46, pp. 211-223, 2013.
- [26] SOUZA, W. M. CAETANO T. R. G. FERREIRA M. P. OLIVEIRA D. R. C. Resistência ao cisalhamento de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado. Instituto Brasileiro do Concreto (IBRACON) Revista, Volume 7, Número 4, p. 648-684 • ISSN 1983-4195, Agosto, 2014.



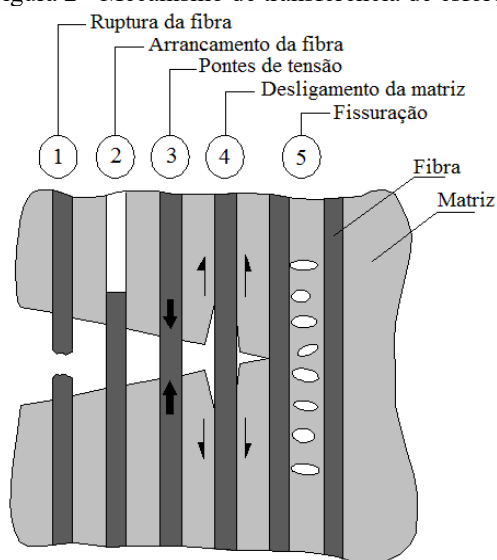
## ANEXOS

Figura 1 – Forças atuantes em uma fissura inclinada



Fonte: MACGREGOR, 1997

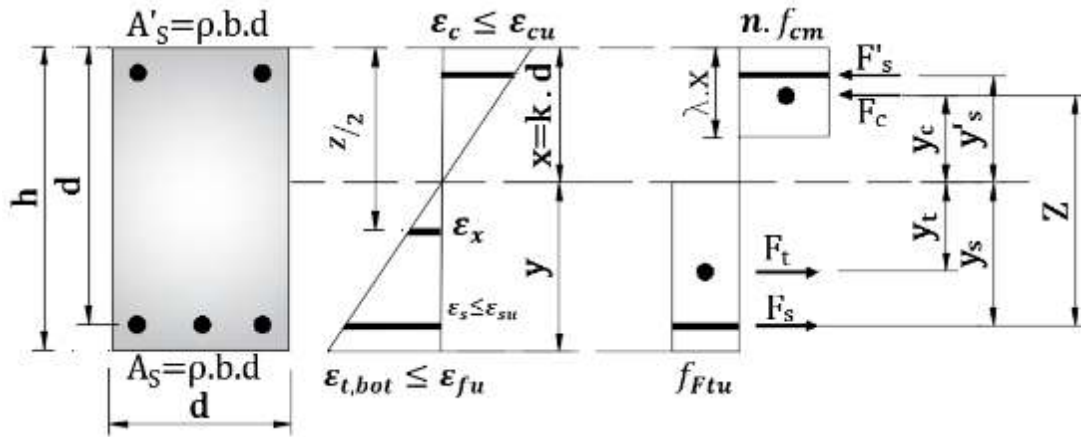
Figura 2 - Mecanismo de transferência de esforços



Fonte: adaptado de GARCEZ, 2005

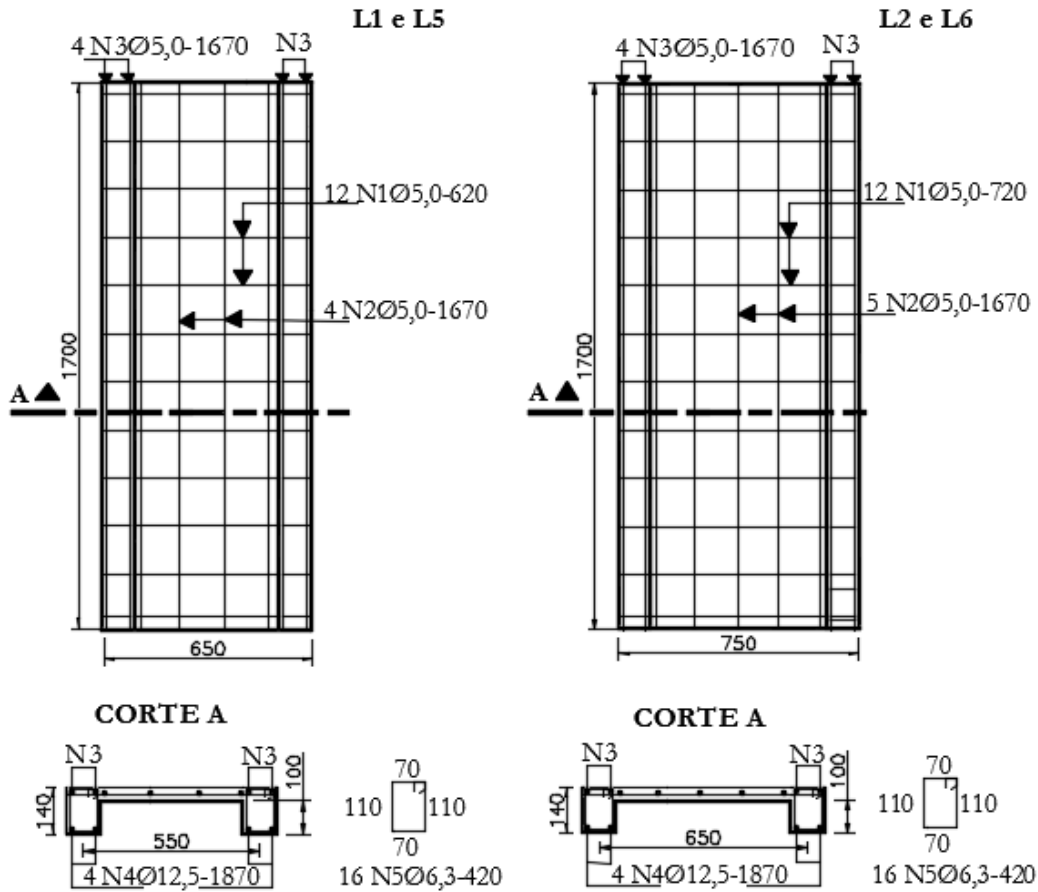


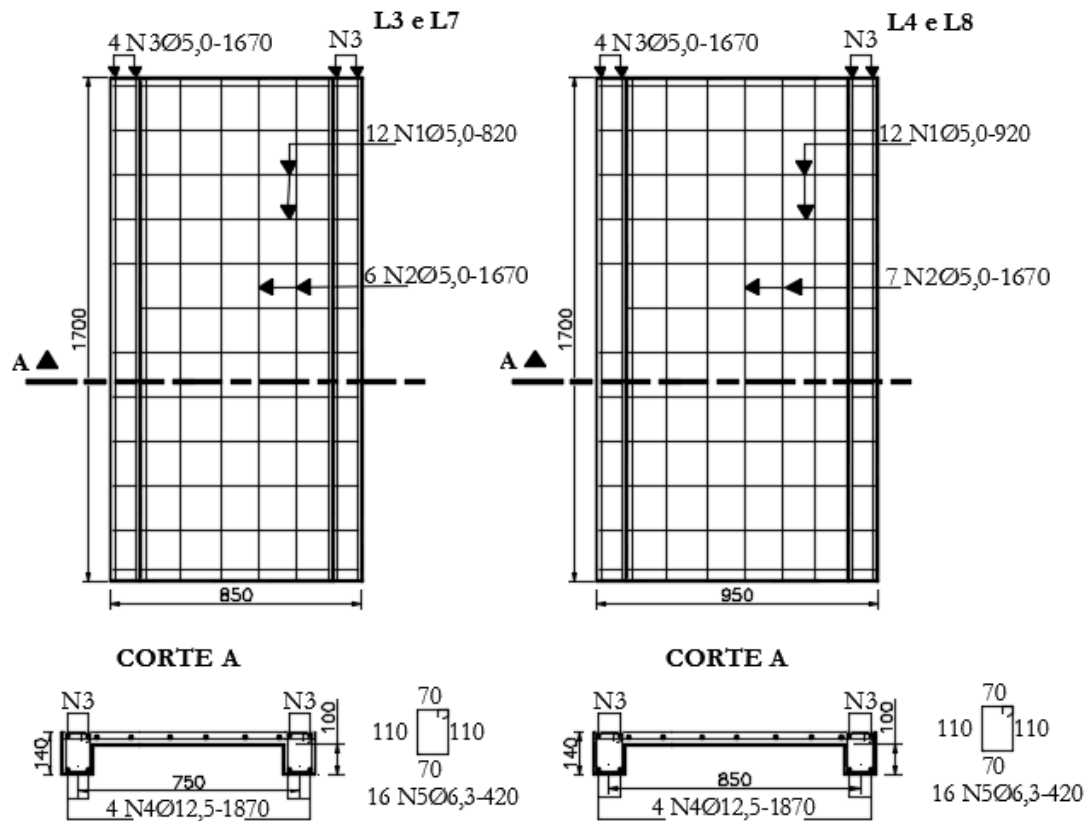
Figura 3 – Modelo de flexão da CEB-FIP Model Code (2010).



Fonte: CEB-FIP Model Code (2010).

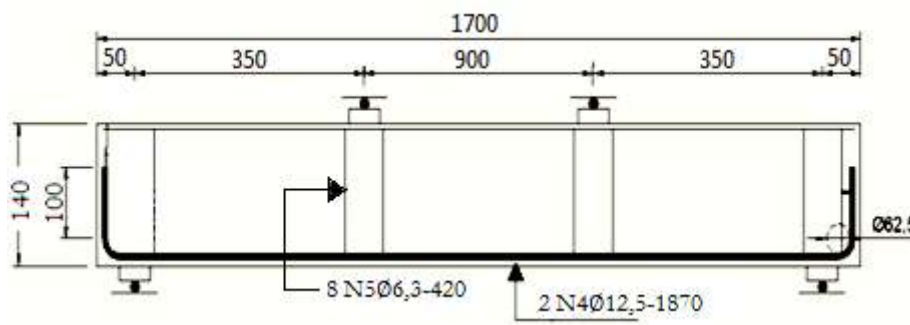
Figura 4 - Armaduras das lajes.





Fonte: do próprio Autor

Figura 5 - Armaduras das nervuras.



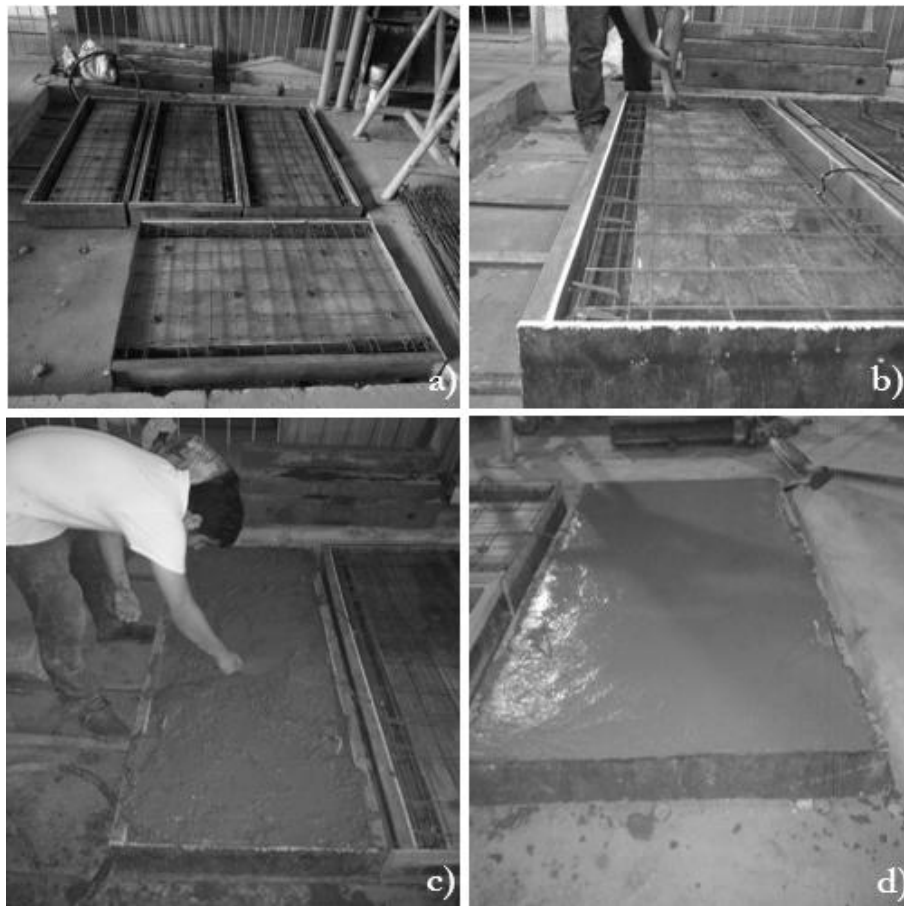
Fonte: do próprio Autor

Figura 6 – Fibra do tipo *Crimped* utilizada no CRFA



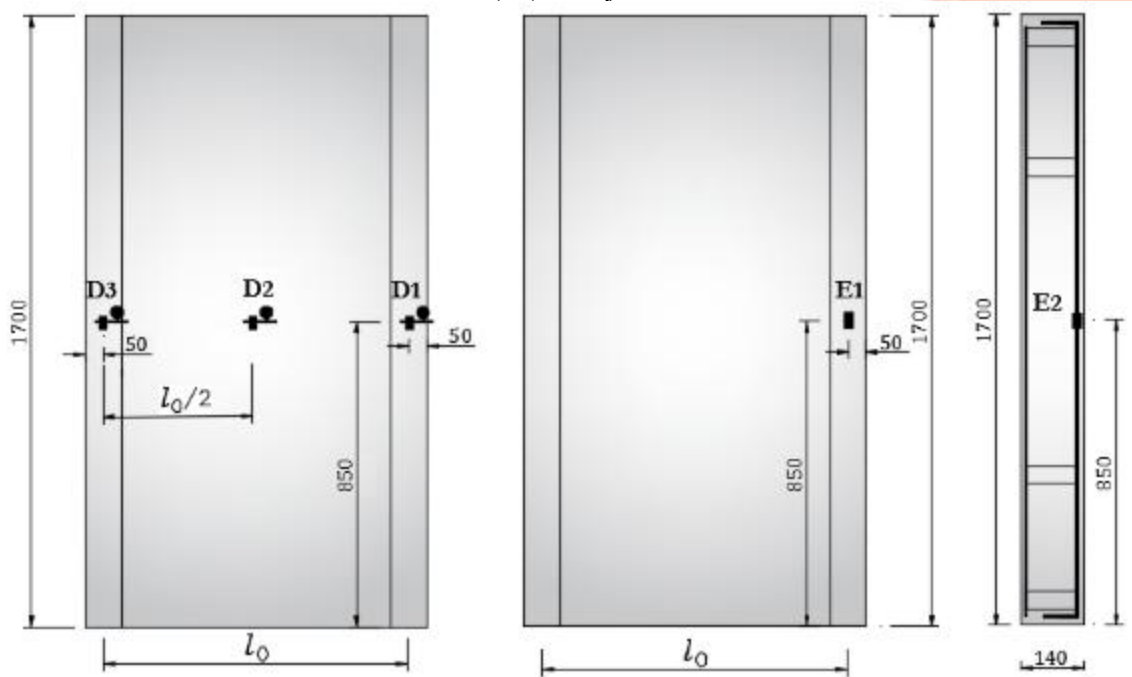
Fonte: do próprio Autor

Figura 7 – a) Disposição para concretagem b) Execução da armação, c) Regularização da superfície, d) Superfície regularizada.



Fonte: do próprio Autor

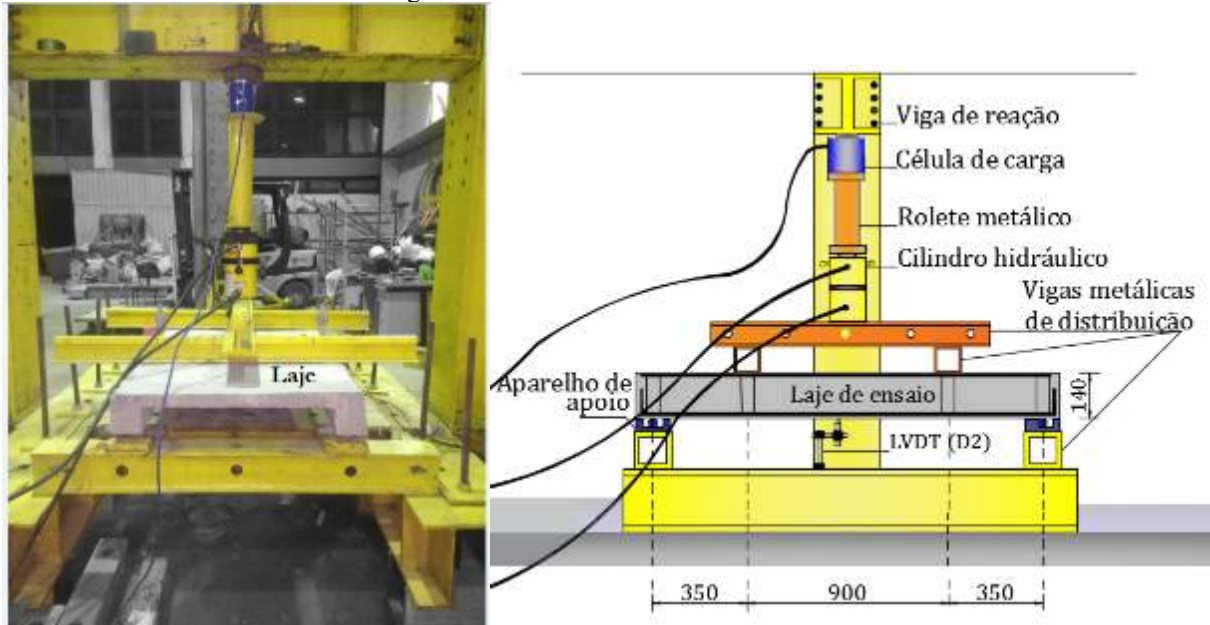
Figura 8 – Posição dos relógios comparadores (D1 a D3) e dos extensômetros nas capas (E1) e armaduras das nervuras (E2) das lajes.



Fonte: do próprio Autor

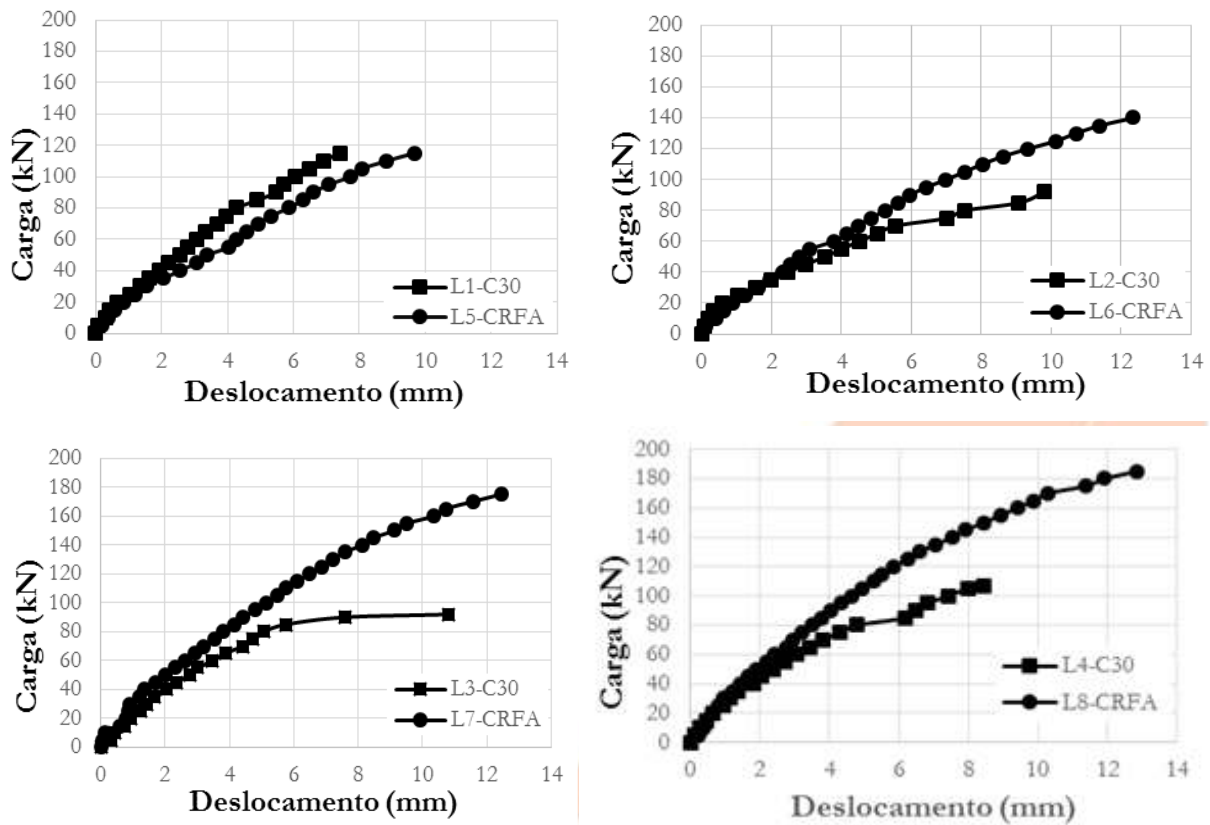


Figura 9 – Detalhes do sistema de ensaio.



Fonte: do próprio Autor

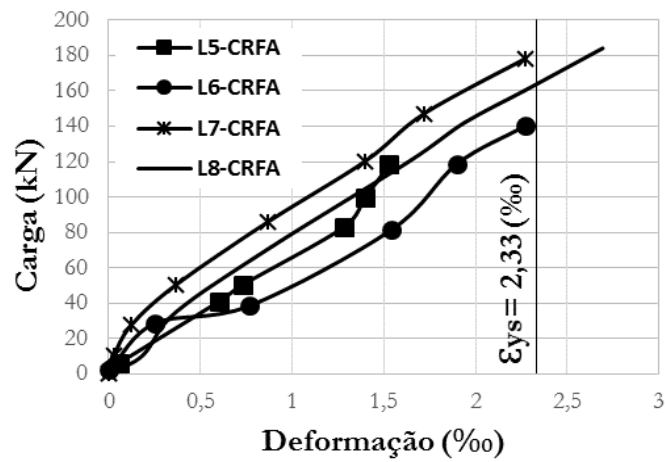
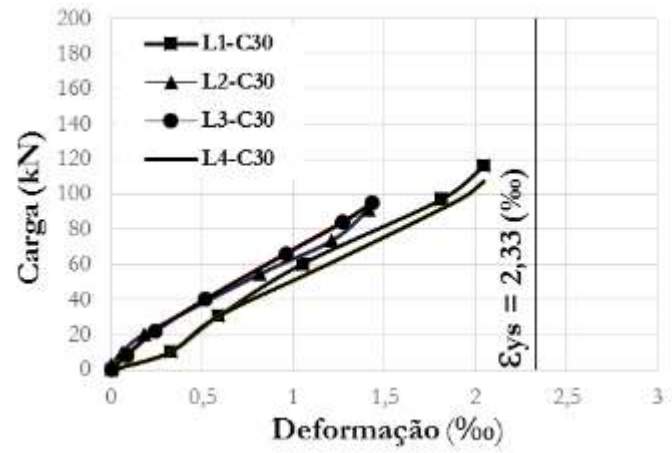
Figura 10 – Deslocamentos máximos verticais das lajes.



Fonte: Elaboração do autor (2020)



Figura 11- Deformações nas armaduras de flexão das nervuras.



Fonte: Elaboração do autor (2020)

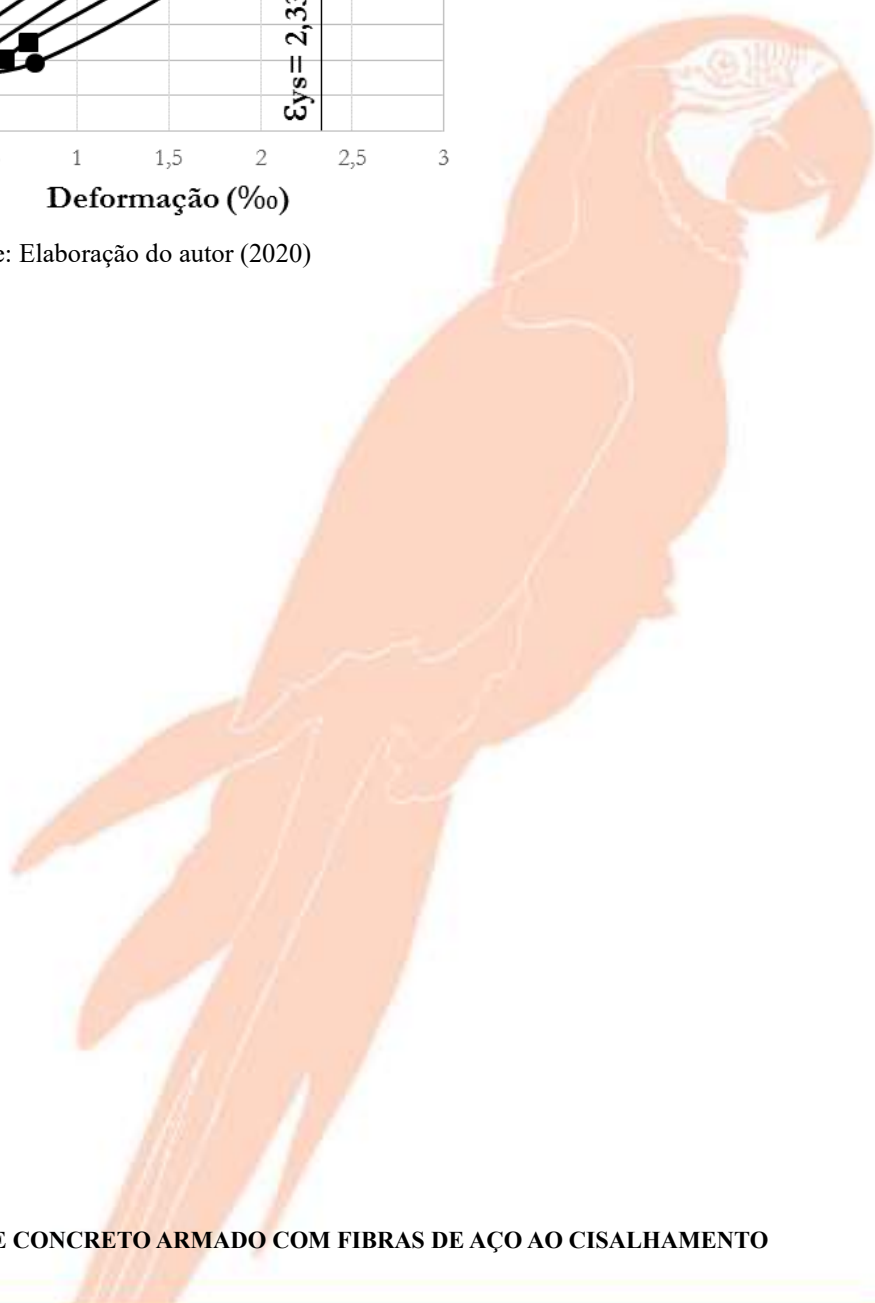
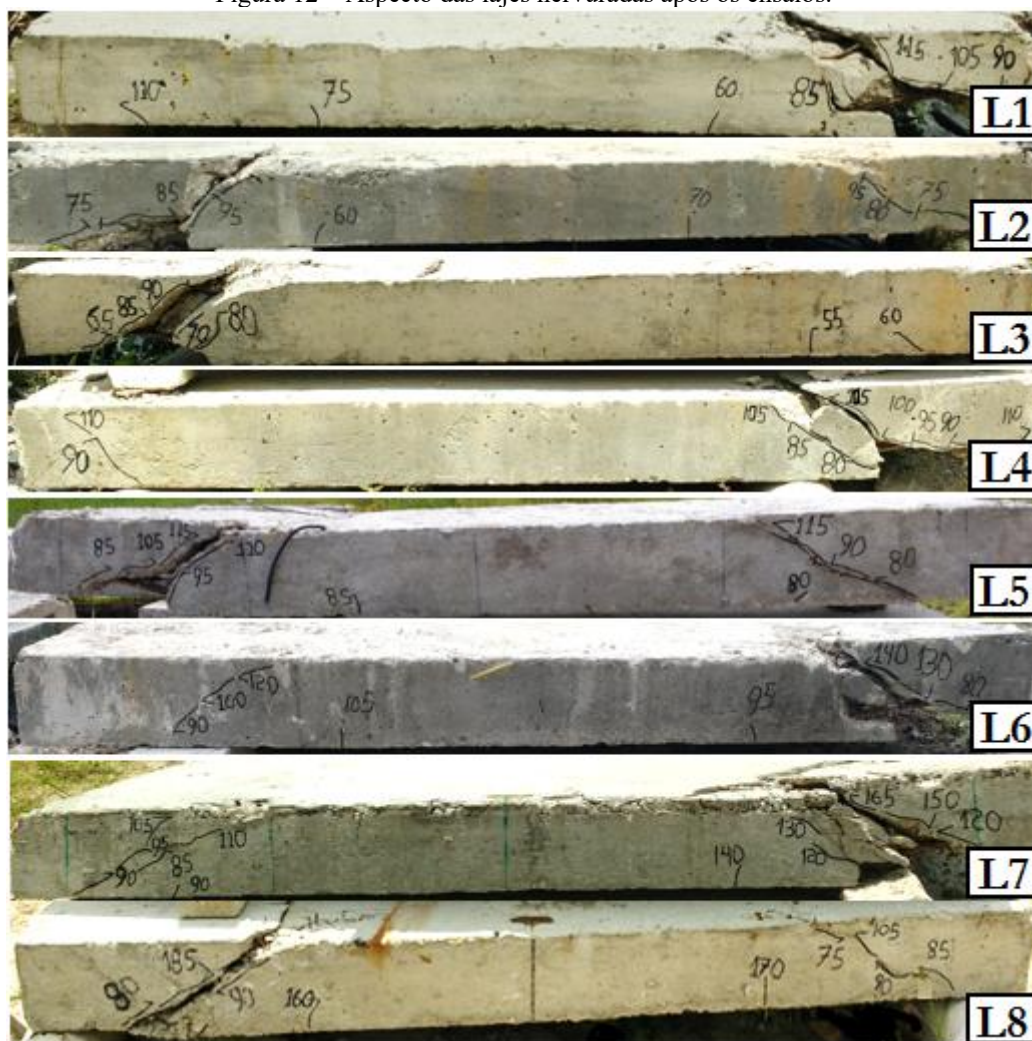


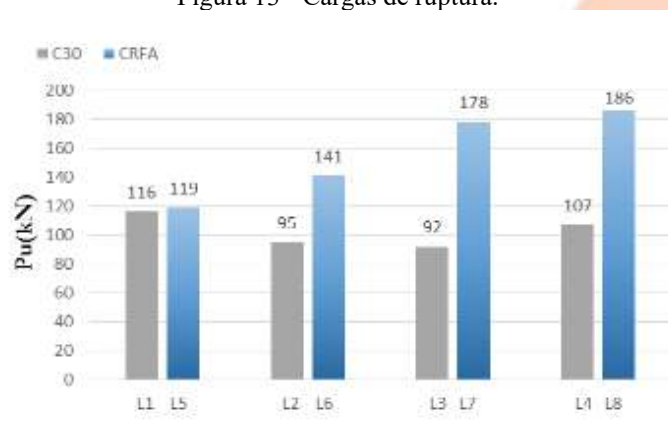


Figura 12 – Aspecto das lajes nervuradas após os ensaios.



Fonte: do próprio Autor

Figura 13 - Cargas de ruptura.



Fonte: Elaboração do autor (2020)



Tabela 1 - Características das lajes

Laje	$l_0$ (mm)	Grupo	$f_c$ (MPa)
L1	550	C30	30
L2	650		28
L3	750		27
L4	850		31
L5	550	CRFA 1%	33
L6	650		33
L7	750		33
L8	850		32

Fonte: Elaboração do autor (2020)

Tabela 2 - Propriedades mecânicas do concreto

Laje	Idade	$f_c$	$f_t$	$E_c$
	(Dias)	(MPa)	(MPa)	(GPa)
L1	54	30,0	2,9	19,1
L2	49	28,0	2,8	18,4
L3	64	27,0	2,8	19,4
L4	60	31,0	3,0	19,4
L5	56	31,0	3,1	20,3
L6	70	32,0	3,2	21,8
L7	68	33,0	3,4	23,2
L8	74	33,0	3,7	24,9

Fonte: Elaboração do autor (2020)

Tabela 3 - Cargas e modos de ruptura das lajes

Laje	$l_0$ (mm)	Grupo	$\epsilon_{s,max}$ (%)	$\epsilon_{c,max}$ (%)	$P_u$ (kN)	$P_{FLEX}/P_u$	Modo ruptura
L1	550	C30	2,02	1,10	116,1	1,52	Cisalhamento nas nervuras.
L2	650		1,41	0,33	95,0	1,85	
L3	750		1,43	0,26	91,8	1,92	
L4	850		2,04	0,55	107,5	1,64	
L5	550	CRFA 1%	1,84	0,32	118,8	1,48	
L6	650		2,27	1,10	140,4	1,25	
L7	750		2,28	0,48	178,7	0,98	
L8	850		2,69	0,59	186,3	0,94	

Fonte: Elaboração do autor (2020)

Tabela 4 - Cargas últimas estimadas e experimentais

Laje	$l_0$ (mm)	Grupo	$P_u$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$P_{ACI}$ (kN)	$P_{EHE}$ (kN)	$P_{CEB}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{NBR}}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{ACI}}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{EHE}}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{CEB}}$ (kN)
L1	550	C30	116,1	70,8	46,2	64,1	69,5	1,64	2,51	1,81	1,67
L2	650		95	66,0	44,7	62,7	67,2	1,44	2,12	1,51	1,41
L3	750		91,8	53,5	44,1	61,9	66,0	1,71	2,08	1,48	1,39
L4	850		107,5	57,3	47,1	64,8	66,7	1,87	2,28	1,65	1,61
L5	550	CRFA 1%	118,8			92,2	96,0			1,28	1,23
L6	650		140,4			92,9	96,0			1,51	1,46
L7	750		178,7			92,9	96,0			1,92	1,86
L8	850		186,3			93,6	96,0			1,99	1,94

Fonte: Elaboração do autor (2020)



Tabela 5 – Resistência à flexão

$x$ (mm)	27,40
$z$	102,79
$\varepsilon_c$ (‰)	3,50
$\varepsilon_{fu}$ (‰)	43,96
$\varepsilon_s$ (‰)	11,03
$\varepsilon'_s$ (‰)	1,18
$f_{ftu}$ (MPa)	0,71
$f_s$ (MPa)	570,00
$f'_s$ (MPa)	248,13
$y_c$ (mm)	16,44
$y_t$ (mm)	56,30
$y_s$ (mm)	86,35
$y'_s$ (mm)	9,25
$F_c$ (kN)	328,80
$F_t$ (kN)	16,08
$F_s$ (kN)	280,4
$F'_s$ (kN)	31,0
$\Sigma F$	0,00
$m_R$ (kN. mm)	30,8
$P_{FLEX}$ (kN)	175,8

Fonte: Elaboração do autor (2020)

