


**MODELAGEM MATEMÁTICA E CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO: O
DESENVOLVIMENTO DA POSTURA CRÍTICA FRENTE ÀS REALIDADES
SOCIAIS DOS ESTUDANTES**

**MATHEMATICAL MODELING AND SCENARIOS FOR INVESTIGATION: THE
DEVELOPMENT OF A CRITICAL STANCE TOWARDS THE SOCIAL
REALITIES OF STUDENTS**

**MODELIZACIÓN MATEMÁTICA Y ESCENARIOS DE INVESTIGACIÓN: EL
DESARROLLO DE UNA POSTURA CRÍTICA ANTE LAS REALIDADES
SOCIALES DE LOS ESTUDIANTES**

 10.56238/CONEDUCA-108

Joelma Iamac Nomura

Doutorado em Educação Matemática

Instituição: Universidade Federal do ABC (UFABC)

E-mail: joelma.nomura@ufabc.edu.br

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9227-8963>

Lattes: 7274763794576305

RESUMO

O presente tem a proposta de apresentar a contribuição da Modelagem Matemática frente a construção de diferentes Cenários para Investigação no ensino e na aprendizagem da Matemática em cursos superiores. A busca pelos diferentes Cenários para Investigação poderá estimular o envolvimento do aluno a partir de atividades que instiguem sua aproximação com situações reais e de suas vivências profissionais. Assim, destacamos a questão norteadora desta pesquisa: Quais as contribuições da Modelagem Matemática na construção de diferentes Cenários para Investigação no ensino superior? De acordo com nossos estudos, encontramos diferentes cenários construídos segundo diferentes entidades matemáticas e com alto grau de referência a vida real. Vale destacar que, em todas as situações estudadas, consideramos o aspecto interdisciplinar entre objetos matemáticos, às graduações e, sobretudo, como este aspecto se apresenta frente às possíveis atuações profissionais do futuro egresso. Para que possamos subsidiar a definição de diferentes Cenários para Investigação, fundamentamo-nos nos pressupostos teóricos de Skovsmose (2000) e Alro e Skovsmose (2010), além disso, acrescentamos as principais ideias adotadas por Bassanezi (2010) e Biembengut e Hein (2000) a respeito do ensino e da aprendizagem com Modelagem Matemática. Para tanto, apoiamo-nos em trabalhos acadêmicos selecionados em bases de dados da CAPES que considerou o ensino e aprendizagem de objetos matemáticos frente à construção e análise de modelos. Nesse sentido, adotamos uma postura investigativa com base em pesquisas documentais numa abordagem qualitativa. Dentre as pesquisas analisadas, destacamos o Cenário para Investigação 1 retratado neste trabalho que evidencia a construção de um Modelo Matemático para estudo de tempo de vida de um viaduto em função do fluxo de veículos local. O modelo construído apontou para argumentos matemáticos que sustentam as estimativas do grupo e sua análise foi suportada por posturas críticas dos alunos sobre o bem-estar da população e sobre o uso do dinheiro público. Consideramos que os modelos matemáticos incentivam a aprendizagem com base em diferentes Cenários para Investigação como os relacionados



às funções sociais ou demais problemas existentes fora do universo educacional que estejam próximos das experiências dos estudantes.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Cenários para Investigação. Ensino Superior.

ABSTRACT

This paper aims to present the contribution of Mathematical Modeling to the construction of different Scenarios for Investigation in the teaching and learning of Mathematics in higher education courses. The search for different Scenarios for Investigation can stimulate student engagement through activities that encourage their connection with real-life situations and their professional experiences. Thus, we highlight the guiding question of this research: What are the contributions of Mathematical Modeling in the construction of different Scenarios for Investigation in higher education? According to our studies, we found different scenarios constructed according to different mathematical entities and with a high degree of reference to real life. It is worth noting that, in all the situations studied, we considered the interdisciplinary aspect between mathematical objects, undergraduate programs, and, above all, how this aspect presents itself in relation to the possible professional roles of future graduates. To support the definition of different Investigation Scenarios, we base ourselves on the theoretical assumptions of Skovsmose (2000) and Alro and Skovsmose (2010), in addition to the main ideas adopted by Bassanezi (2010) and Biembengut and Hein (2000) regarding teaching and learning with Mathematical Modeling. To this end, we rely on academic works selected from CAPES databases that considered the teaching and learning of mathematical objects in relation to the construction and analysis of models. In this sense, we adopted an investigative stance based on documentary research in a qualitative approach. Among the research analyzed, we highlight Investigation Scenario 1, portrayed in this work, which evidences the construction of a Mathematical Model for studying the lifespan of an overpass as a function of local vehicle flow. The constructed model pointed to mathematical arguments that support the group's estimates, and its analysis was supported by the students' critical stances on the well-being of the population and the use of public funds. We consider that mathematical models encourage learning based on different Scenarios for Investigation, such as those related to social functions or other problems existing outside the educational universe that are close to the students' experiences.

Keywords: Mathematical Modeling. Scenarios for Investigation. Higher Education.

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo presentar la contribución de la Modelización Matemática a la construcción de diferentes Escenarios de Investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en cursos de educación superior. La búsqueda de diferentes Escenarios de Investigación puede estimular la participación estudiantil a través de actividades que fomentan su conexión con situaciones de la vida real y sus experiencias profesionales. Por lo tanto, destacamos la pregunta guía de esta investigación: ¿Cuáles son las contribuciones de la Modelización Matemática en la construcción de diferentes Escenarios de Investigación en la educación superior? Según nuestros estudios, encontramos diferentes escenarios contruidos según diferentes entidades matemáticas y con un alto grado de referencia a la vida real. Cabe destacar que, en todas las situaciones estudiadas, consideramos el aspecto interdisciplinario entre los objetos matemáticos, los programas de pregrado y, sobre todo, cómo este aspecto se presenta en relación con los posibles roles profesionales de los futuros graduados. Para fundamentar la definición de los diferentes Escenarios de Investigación, nos basamos en los supuestos teóricos de Skovsmose (2000) y Alro y Skovsmose (2010), además de las ideas principales adoptadas por Bassanezi (2010) y Biembengut y Hein (2000) respecto a la enseñanza y el aprendizaje con Modelado Matemático. Para ello, nos apoyamos en trabajos académicos seleccionados de las bases de datos de CAPES que consideraron la enseñanza y el aprendizaje de objetos matemáticos en relación con la construcción y el análisis de modelos. En este sentido, adoptamos una postura investigativa basada en la investigación documental con un enfoque cualitativo. Entre las investigaciones analizadas, destacamos el Escenario de Investigación 1, presentado en este



trabajo, que evidencia la construcción de un Modelo Matemático para estudiar la vida útil de un paso elevado en función del flujo vehicular local. El modelo construido apuntó a argumentos matemáticos que respaldan las estimaciones del grupo, y su análisis se sustentó en las posturas críticas de los estudiantes sobre el bienestar de la población y el uso de fondos públicos. Consideramos que los modelos matemáticos fomentan el aprendizaje basado en diferentes escenarios de investigación, como los relacionados con las funciones sociales u otros problemas ajenos al ámbito educativo que son cercanos a las experiencias de los estudiantes.

Palabras clave: Modelado Matemático. Escenarios de Investigación. Educación Superior.





1 INTRODUÇÃO

A proposta desta pesquisa é apresentar a contribuição da Modelagem Matemática frente a construção de diferentes Cenários para Investigação no ensino e na aprendizagem da Matemática em cursos superiores. Consideramos que compreender a Modelagem Matemática orientada por uma perspectiva da Educação Matemática Crítica poderá reorganizar ambientes em que os alunos utilizem a matemática para a solução de problemas com origem na realidade. Essa abordagem permite que a solução encontrada seja problematizada e questionada e seja pautada em reflexões, na identificação das variáveis incluídas, e nos reais motivos de suas escolhas.

Para Skovsmose (2010), mudanças radicais ocorridas em sala de aula têm permitido que a metodologia tradicional empregada seja substituída por abordagens temáticas e por trabalhos com projetos, remetendo à ideia de Educação Matemática Crítica. Segundo o autor, “a Educação Matemática Crítica preocupa-se com a maneira como a Matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político e com as finalidades para as quais a competência matemática deve servir” (Skovsmose, 2010, p. 18).

Skovsmose (2010) consolida a ideia de que ocorre a necessidade de adoção de uma postura crítica a ser assumida pela Educação Matemática e que esta não deve ser alicerçada unicamente em livros-texto. Destaca ainda que se torna relevante o pensar crítico por meio da matemática, uma vez que ela está sempre presente e em todo lugar.

O autor supracitado discorre que a partir da Matemática em ação é possível estabelecer situações hipotéticas, estudar seus detalhes particulares, além de fundamentar a constituição de uma ampla variedade de fenômenos sociais que tornem a Matemática como parte da sociedade.

Dessa maneira, nos modelos tradicionais de ensino de Matemática, os padrões de comunicação entre professor e aluno se tornam repetitivos e, alguns, dominantes. Portanto, é imprescindível romper tais padrões de comunicação a partir de abordagens investigativas que discutam as atividades conquanto ação.

Nesse sentido, nossa questão de pesquisa é: Qual a contribuição da Modelagem Matemática frente a construção de diferentes Cenários para Investigação?

Com a expectativa de propiciar novas formas de aprendizagem a partir da participação ativa e efetiva do aluno na construção de seu conhecimento, evidenciamos a identificação desses cenários construídos a partir de modelos matemáticos que instiguem processos de investigação mais complexos, imprevisíveis e que visem a construção do conhecimento e da prática de comunicação.



2 JUSTIFICATIVA

Diferentemente da abordagem tradicional pautada na solução de exercícios em aula, no papel do professor como disseminador do conteúdo e no papel dos alunos como receptores passivos dessas informações, a *resolução de problemas, abordagens temáticas, trabalho com projetos etc.* (ALRO e SKOVSMOSE, 2010, p.52) têm instigado pesquisadores na busca de abordagens investigativas que discutam a atividade não mais como agente fiscalizador.

Dentre as abordagens investigativas consideramos que os modelos matemáticos construídos na perspectiva de uma Educação Matemática Crítica permitirão congrega e envolver os alunos e professores em torno de ideias e objetivos comuns, tornando suas participações ativas. Além disso, a coleta e a captação de um elevado volume de informação bem trabalhado pode contribuir para o desenvolvimento do senso crítico, da criatividade e da iniciativa na busca de solução desses modelos. Vale ressaltar que estes modelos poderão se constituir em possíveis Cenários para Investigação.

Na perspectiva de Skovsmose (2000) e Alro e Skovsmose (2010), Cenários para Investigação são aqueles que convidam os alunos a formularem questões e procurarem explicações, permitindo que tanto alunos como professores se envolvam em ambientes interdisciplinares inerentes às suas formações acadêmicas e profissionais.

Para Fazenda e Godoy (2023, p. 31),

A interdisciplinaridade é uma categoria de ação do fazer reflexivo, do acontecer entre duas ou mais pessoas e objetos. É a relação sujeito-objeto e entre sujeitos por meio do qual é possível a integração e a unicidade do conhecimento a partir de zonas de permeabilidade de diálogos e a leitura de diferentes mundos.

A interdisciplinaridade exige, na prática, uma profunda imersão no trabalho cotidiano e a compreensão de aspectos ocultos do ato de aprender e dos aspectos expressos, colocando-os em questão (FAZENDA e GODOY, 2023). Nesse sentido, a interdisciplinaridade permite uma mudança de comportamento, convidando-nos a novas experiências.

Ainda segundo as autoras, embora documentos oficiais apontem para a relevância dos aspectos interdisciplinares relacionados a multidisciplinaridade de fatores sociais, econômicos e culturais, na prática, é comum ver os alunos estabelecerem sozinhos as relações entre os diversos conteúdos e disciplinas do curso. Dessa maneira, na tentativa de atender a complexidade das situações vividas pelos indivíduos, a matemática escolar defende a participação crítica dos estudantes na sociedade e em sua formação integral como cidadão.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Como pressupostos teóricos de nossa investigação, consideramos as principais ideias de Bassanezi (2010) e de Biembengut e Hein (2000) a respeito da Modelagem Matemática e de



Skovsmose (2000) e Alro e Skovsmose (2010) a respeito da abordagem investigativa promovida por Cenários para Investigação.

3.1 O PAPEL DA MODELAGEM MATEMÁTICA

De acordo com Bassanezi (2010), a Modelagem Matemática pode ser considerada tanto como um método científico de pesquisa como uma estratégia de ensino. Ao nos referirmos à Modelagem Matemática como método científico ou instrumento de pesquisa é possível considerar que ela pode estimular a construção de novas ideias e técnicas experimentais. Além disso, ela é um método que permite realizar extrapolações, interpolações e previsões, além de sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas, promovendo, assim, a melhor tomada de decisão. Já quando nos referimos à modelagem como estratégia de ensino e de aprendizagem, podemos considerar a tônica dos cursos de graduação em desenvolver disciplinas matemáticas aplicáveis, e dos cursos de pós-graduação stricto-sensu que buscam trazer a criatividade matemática do aluno no estudo de situações fenomenológicas a partir de modelos matemáticos.

Biembengut e Hein (2000) apontam que a necessidade de reestruturação de currículos e dos métodos de ensino tem como proposta desenvolver a potencialidade dos alunos a partir da capacidade de pensar crítica e independentemente.

No entanto, Bassanezi (2010) explica que grande parte do conhecimento matemático tem sido construído, exclusivamente, dentro do terreno da Matemática sem a preocupação com a utilização externa de seus conhecimentos. O autor acrescenta que atualmente existe um consenso entre diferentes profissionais que consideram que as competências de um físico, de um engenheiro, ou de um biólogo estejam aliadas à competência matemática. Diante do exposto, torna-se possível aplicar esse padrão de pensamento a diferentes áreas do conhecimento que passam a considerar que suas teorias sejam modeladas por meio da linguagem matemática.

Um Modelo Matemático é definido como “um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno – este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou até mesmo um outro Modelo Matemático” (BASSANEZI, 2010, p. 174)

O autor considera que conceitos e estruturas matemáticas podem estar adaptadas aos fenômenos da realidade, assim como os fenômenos da realidade podem servir como fonte de obtenção de novos conceitos e estruturas matemáticas. Existe, portanto, uma combinação de ambas as alternativas.

Para Biembengut e Hein (2000), a formulação de modelos requer uma formulação matemática detalhada constituída por um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzam um fenômeno ou problema. Tais modelos são descritos por expressões numéricas, fórmulas, diagramas, gráficos, representações geométricas, tabelas etc. No entanto, vale destacar que os modelos são provenientes de



aproximações que, mesmo em uma visão simplificada, buscam retratar a realidade da situação pesquisada. Cabe ao professor ou pesquisador, identificar qual conteúdo matemático melhor se adapta ao problema proposto, a partir da sua intuição, criatividade e conhecimento e, assim, adotar a melhor estratégia disponível que será submetida a cada uma das etapas necessárias para a construção do modelo.

Biembengut e Hein (2000, p.13) citam a Modelagem Matemática como “[...] uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para a solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

A Modelagem Matemática se constitui como um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos que refletem uma porção da realidade a partir da seleção de argumentos e parâmetros considerados essenciais.

Biembengut e Hein (2000) acrescentam que os procedimentos para a construção de um modelo podem ser agrupados em três etapas bem definidas de acordo com o Quadro 1:

Quadro 1: Etapas da Modelagem Matemática

1. Interação	2. Matematização	3. Modelo Matemático
1.1 Reconhecimento da situação-problema	2.1 Formulação do problema => hipótese	3.1 Interpretação do modelo
1.2 Familiarização: busca por referências teóricas que fundamentem o problema proposto.	2.1.1 Classificar as informações (relevantes e não relevantes) e identificar os fatos envolvidos;	3.2 Validação
	2.1.2 Decidir quais os fatores a serem perseguidos a partir das hipóteses;	
	2.1.3 Selecionar as variáveis relevantes e constantes envolvidas;	
	2.1.4 Selecionar símbolos apropriados para essas variáveis;	
	2.1.5 Descrever as relações em termos matemáticos.	
	2.2 Resolução do problema em termos do modelo	

Fonte: elaborado pela autora, 2024.

O Quadro 1 apresenta as etapas descritas por Biembengut e Hein (2000) para a construção de um Modelo Matemático. A primeira etapa, denominada de Interação, é constituída pelo reconhecimento da situação-problema e pelo estudo do referencial teórico que subsidiará a construção e análises posteriores dos dados e informações obtidas. Na segunda etapa, denominada de Matematização, ocorre o levantamento de hipóteses da situação-problema, assim como a investigação de quais variáveis, constantes e relações serão descritas no modelo. É nessa etapa que também ocorre



a construção e resolução do Modelo Matemático. E, por fim, na terceira etapa ocorre análise das implicações da solução encontrada do Modelo Matemático proposto e sua validação a partir da identificação do grau de aproximação e de confiabilidade com a situação-problema. É importante ressaltar que, caso o modelo não atenda às necessidades, é importante retornar para a etapa de Matematização e verificar o ajuste de hipóteses, variáveis etc.

Bassanezi (2014) aponta que um modelo ideal é aquele que não só explica os resultados como também é capaz de prever novos resultados ou situações que não condizem com o esperado. Em muitos casos, o modelo precisa ser reformulado a partir de modificações nas variáveis ou nas leis de formação previamente estabelecidas.

Com a proposta de identificar como a Modelagem Matemática poderá contribuir para a criação de diferentes Cenários para Investigação, cabe-nos apontar as principais considerações sobre estes cenários na perspectiva de Skovsmose (2000) e Alro e Skovsmose (2010).

3.2 OS CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO COMO AMBIENTES DE APRENDIZAGENS

Para Skovsmose (2000), o Cenário para Investigação instiga um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação a partir da formulação de perguntas como: “O que acontece se ...?”, ou ainda, “Por que isto ...?” que podem ser instigadas a partir da valorização do diálogo. Assim, o Cenário para Investigação constitui em um novo ambiente de aprendizagem, pois convida os alunos a formular questões e procurarem explicações, fazendo com que se envolvam no processo de exploração do conhecimento.

Ainda apontam que muitos estudos sobre comunicação ainda se debruçam sobre as aulas tradicionais de Matemática, sendo entendido como tradicional, o ambiente em que os livros-texto ocupam papel central, onde os professores trazem os novos conteúdos e os alunos resolvem exercícios. O ato de corrigir e encontrar erros caracteriza a estrutura geral da aula.

No entanto, é perceptível que mudanças radicais têm acontecido na sala de aula, pois se nota uma gradual substituição da metodologia tradicional por abordagens temáticas e por trabalhos com projetos que remetem a ideia de Educação Matemática Crítica. SKOVSMOSE (2000) “afirma que a Educação Matemática Crítica se preocupa com a maneira como a Matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político e com as finalidades para as quais a competência matemática deve servir” (p.18).

Nos modelos tradicionais de ensino de Matemática, os padrões de comunicação entre professor e aluno se tornam repetitivos e de caráter dominante. O paradigma do exercício é um aspecto singular da Matemática tradicional, tendo papel fundamental na organização das aulas, no padrão de comunicação entre professor e aluno e no papel que a Matemática desempenha na sociedade como um todo. Um exemplo deste cenário é quando a Matemática tem função fiscalizadora a partir de exercícios



que, em geral, são elaborados por autores de livros-texto, tornando-os em elementos pré-estabelecidos como prática em sala de aula. Contudo, segundo Skovsmose (2000), o paradigma do exercício tem “sido desafiado pela resolução de problemas, abordagens temáticas, trabalho com projetos etc.” (p. 52) que correspondem a um conjunto de metodologias expressas pelo autor como abordagens investigativas. A atividade deve ser discutida conquanto ação e não como uma atividade compulsória como são os exercícios.

A seguir, apresentamos o Quadro 2 que representa um modelo simplificado de diferentes formas de referência e ambientes de aprendizagem:

Quadro 2: Os diferentes ambientes de aprendizagem

	Paradigma do Exercício	Cenários para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semirrealidade	(3)	(4)
Referências ao mundo real	(5)	(6)

Fonte: Adaptado de Skovsmose, 2000

Para Alro e Skovsmose (2010) e Skovsmose (2000), os exercícios que se situam numa semirrealidade (3) expressam uma situação artificial e são apresentados a partir de um acordo estabelecido entre professor e aluno. Dentre os princípios presentes nesse acordo está que a semirrealidade está completamente descrita no enunciado do exercício e nenhuma informação externa é relevante para sua resolução. Nesse sentido, as semirrealidades são mundos sem impressões sensoriais e com valores exatos, pois são unicamente definidas por medidas. Não há discussão do contexto e o objetivo é encontrar uma única resposta correta.

Os autores apresentam que também existem exercícios que fazem referência à matemática pura (1) e que são descritos por formulações imperativas como, por exemplo, “Resolva a questão ...”, “Reduza a expressão ...”, ou ainda, “Construa a figura ... “. Eles consideram que todas as atividades citadas estão vinculadas ao paradigma do exercício e que “o ensino de Matemática tradicional está muito associado à resolução de exercícios referentes à matemática pura ou à semirrealidades” (Alro e Skovsmose, 2010, p. 55). Existem também os exercícios baseados na realidade que oferecem um tipo de aprendizagem do tipo (5).

Ainda ressaltam que um grande esforço tem sido realizado quando propõe-se utilizar dados da vida real na elaboração de exercícios passando, dessa maneira, a ponderar sobre a confiabilidade dos cálculos e sobre as informações que o exercício apresenta. Dessa maneira, os exercícios baseados na realidade abrem uma brecha no ensino tradicional de Matemática pois permite o questionamento das informações contidas nos mesmos.



Saindo do paradigma do exercício ((1), (3) e (5)), partimos para um ambiente de aprendizagem bastante diferente que constitui os Cenários para Investigação ((2), (4) e (6)). Neles, os alunos participam do processo de investigação e formulam questões como, por exemplo, *O que acontece se ...?*, ou ainda, *Por que é dessa maneira ... ?* Os Cenários para Investigação também podem se relacionar a semirrealidades (4), porém este ambiente não é mais usado como um recurso para a produção de exercícios e sim para que os alunos partam para novas explorações e explicações, possibilitando a construção e o aperfeiçoamento de estratégias pelos estudantes. Outros cenários apontam para situações da vida real (6) que são encontradas na corrente que adota trabalho com projetos na Educação Matemática.

Skovsmose (2000) acrescenta que deixar o paradigma do exercício e trabalhar com base em diferentes Cenários para Investigação faz com que professor e alunos saiam da zona de conforto e entrem numa zona de risco. E lança a seguinte questão: “Quais são os possíveis ganhos do trabalho numa zona de risco associada a um cenário de investigação?” (p.58). Como resposta, são apontados: possibilidade de maior envolvimento e cooperação dos alunos, diferentes padrões de comunicação e novas qualidades de aprendizagem em um processo aberto associado ao Cenário para Investigação.

No entanto, vale ressaltar que boa parte da Educação Matemática ainda alterna os ambientes (1) e (3), mostrando um quadro desolador sobre o que acontece na sala de aula tradicional. Os estudos revelam que não existe o reconhecimento da possibilidade de outros ambientes de aprendizagem permitindo o que permite uma diferenciação entre a tradição da matemática escolar e a tradição da matemática investigativa.

O autor acrescenta que o ambiente de aprendizagem do tipo (6) tem desafiado a tradição da matemática escolar, no entanto, ele incentiva que os desafios também sejam organizados em termos dos ambientes de aprendizagem dos tipos (2) e (4). Evidencia que o ambiente do tipo (6) não é a única alternativa ao paradigma do exercício. De fato, “não quero sugerir que um ambiente de aprendizagem represente o objetivo último para a educação matemática crítica ou não”. (SKOVSMOSE, 2000, p.15).

Assim, é pertinente afirmar que a Educação Matemática deve se mover entre os diferentes ambientes da matriz e que os exercícios não devem ser abandonados. A matriz dos ambientes de aprendizagem pode ser usada como um instrumento analítico que identifique quais diferentes ambientes de aprendizagem foram experimentados, qual o tempo gasto por um ou dois ambientes e quais as dificuldades encontradas na passagem de um para o outro.

Deve haver uma harmonia entre os parâmetros de um ambiente de aprendizagem, ou seja, entre a maneira que “o significado é produzido, as tarefas são organizadas, o livro didático é estruturado, a comunicação é desenvolvida etc”. (SKOVSMOSE, 2000, p. 17). Além disso, o movimento entre diferentes ambientes de aprendizagem, sobretudo em direção aos Cenários para Investigação, causará um grau elevado de incerteza que não deve ser eliminado.



4 METODOLOGIA

De maneira a responder à questão norteadora desta pesquisa, buscamos a descrição de dados a partir de uma investigação qualitativa.

Borba (2010) afirma que a pesquisa qualitativa na Educação Matemática tem sido um grande desafio uma vez que os professores de Matemática trabalham com quantidades. No entanto, deve-se ter atenção ao tipo de informação que se deseja obter. Numa investigação qualitativa, os pesquisadores se interessam mais pelo processo e não unicamente pelos resultados ou produtos. É atribuída relevância ao significado que é descrito de maneira intuitiva.

Como técnica exploratório dos dados, optamos pela análise documental que pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos. Essa técnica envolve a análise de documentos que busca identificar informações a partir de hipóteses levantadas.

Segundo Lüdke e André (2013, p. 45), “os documentos constituem também uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentem afirmações e declarações do pesquisador”.

Assim, partimos para a seleção de documentos que nos propiciariam informações suficientes e fidedignas para responder à questão norteadora de nossa pesquisa. E com essa finalidade, buscamos documentos como teses e dissertações nas bases de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), particularmente, em Catálogo de Teses e Dissertações e em Periódico Capes. A seleção dos trabalhos considerou os seguintes termos de busca: “Modelagem Matemática”, “Cenários para Investigação”, “Educação Matemática Crítica” e a combinação entre eles.

Dentre os critérios estabelecidos para a seleção dos trabalhos, citamos: trabalhos que contemplasse os descritores “Modelagem Matemática, “Cenários para Investigação”; “Educação Matemática Crítica”, “Modelagem Matemática e Cenários para Investigação”, “Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica”, trabalhos que contemplassem disciplinas matemáticas no ensino superior; trabalhos que contemplassem a construção de modelos matemáticos; e trabalhos de pesquisas publicadas em português e de cursos no Brasil.

A seguir, apresentamos o número de pesquisas encontradas em ambas as bases de dados:

Quadro 3: Número de pesquisas de acordo com os termos de busca

Termos de Busca	Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES	Periódico CAPES
Modelagem Matemática	7441	2133
Cenários para Investigação	3784	2219
Educação Matemática Crítica	651	1164
Modelagem Matemática e Cenários para Investigação	25	9
Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica	74	81

Fonte: elaboradora pela autora, 2024



Lopes e Pacheco (2023), identificam uma carência de estudos empíricos sobre Modelagem Matemática, o que evidencia a necessidade de aumento de pesquisas nesse campo de investigação. Além disso, os autores discutem que, embora existam trabalhos de revisão da literatura que analisam a produção científica, poucos trabalhos evidenciam a produção de conhecimento que envolvem a Modelagem Matemática sob a ótica da Educação Matemática Crítica no contexto do ensino superior.

4.1 REVISÃO DA LITERATURA

Para identificar os possíveis Cenários para Investigação listados por Skovsmose (2000) e Alro e Skovsmose (2007), buscamos na base de Catálogos de Teses e Dissertações e Periódico da CAPES, pesquisas relacionadas a diferentes objetos matemáticos abordados no ensino superior e a Modelagem Matemática. Após seleção das pesquisas, optamos por evidenciar os resultados apontados em dois trabalhos que mostram o papel da Modelagem Matemática na construção de diferentes Cenários para Investigação.

4.1.1 O Primeiro Cenário para Investigação

Em pesquisa realizada no primeiro semestre de 2006 para estudantes de um curso de Geografia de uma universidade pública do Paraná, Araújo (2012) apresenta um projeto de Modelagem Matemática orientado pela Educação Matemática Crítica. Nele, a autora busca interpretar o ser crítico dos estudantes a partir da proposta da atividade de modelagem. Como resultado de sua análise, a pesquisadora constatou como os alunos interpretaram o que significa ser crítico após a inserção deles em suas realidades. Salienta que a evidência de diferentes realidades ocorreu após o apoio desses alunos em certezas matemáticas para se chegar às conclusões do projeto.

Na primeira etapa de desenvolvimento do projeto, Araújo (2012) apresentou aos alunos a discussão sobre o que é Modelagem Matemática e como abordá-la numa perspectiva crítica. Após a discussão, foi solicitado aos alunos que elaborassem um plano de trabalho para o projeto, definissem possíveis temas e formassem grupos. Dentre os temas apresentados, são citados: Transposição do rio São Francisco, Impactos físicos na implantação de usinas hidrelétricas, aspectos socioeconômicos do projeto Linha Verde em Belo Horizonte, Lendas Climáticas, dentre outros.

Após a seleção dos temas pelos grupos, os alunos foram orientados a definir o objetivo da pesquisa e a compreender como a matemática seria usada nesse projeto. Os relatos parciais do projeto de cada grupo eram apresentados a cada mês, sendo um momento propício para que cada um recebesse orientações não apenas da professora/pesquisadora como também dos demais grupos presentes. Araújo (2012) cita que em todas as discussões sempre buscou trazer à tona sua preocupação em relação à Educação Matemática Crítica.

Ao final do semestre, todos os projetos foram apresentados oralmente para a próxima turma.



A pesquisa de Araújo (2012) traz uma interpretação da abordagem crítica da Modelagem Matemática em relação ao tema: aspectos socioeconômicos do projeto de construção da Linha Verde em Belo Horizonte. Em toda a pesquisa, a autora alterna seu papel entre professora e pesquisadora a depender dos eventos ocorridos na aula ou fora dela. Porém, ressalta que em muitos momentos precisou exercer ambos os papéis de maneira concomitante.

Dentre os objetivos específicos de sua pesquisa, ela apresenta: verificar por meio de cálculos matemáticos, a veracidade dos argumentos e dados apresentados pelo governo para justificar a necessidade do projeto Linha Verde; ii) fazer uma estimativa do tempo de vida útil do novo viaduto construído, visando demonstrar até quando o projeto Linha verde suportará o constante crescimento do fluxo de veículos no trecho delimitado.

Em resumo, foi necessário identificar a real necessidade de construção de um viaduto e seus impactos na região em estudo.

Para atingir o resultado da pesquisa, os grupos desenvolveram a coleta de dados por meio de entrevistas com pedestres e comerciantes da região considerada pela pesquisa para que pudessem relatar os transtornos e as expectativas sobre a obra a partir do estudo matemático do tráfego. Nesse momento, a autora destaca que os grupos apresentaram uma atitude crítica diante do tema e da realidade da população local ao final das entrevistas. Dentre suas percepções, os alunos citam que não houve preocupação alguma por parte do governo com o objetivo de criar projetos que amenizassem os impactos dessa obra. Após evidências de uma consciência crítica por parte dos estudantes houve a continuidade no tratamento matemático do projeto.

Com a ajuda de uma aluna do curso de Engenharia Civil da universidade, o grupo fez a seleção de uma série de fórmulas utilizadas na Engenharia de Tráfego que estimassem o tempo de vida útil do novo viaduto construído. Ao final da seleção, a seguinte expressão foi a escolhida: $C = 2000 \cdot w \cdot c \cdot \hat{o}$, em que: C é a capacidade do trecho com fluxo contínuo; w é o fator de ajuste para a largura da faixa e afastamento lateral, c é o fator de ajuste para caminhões e \hat{o} é o fator de ajuste para ônibus.

Araújo (2012) expõe que o uso de fórmulas ou modelos matemáticos e o questionamento de sua origem é desejável em uma abordagem de modelagem de acordo com a Educação Matemática Crítica. Dentre os questionamentos desejados se refere a origem de tabelas para se estabelecer os valores de w , c e \hat{o} . Vale destacar que o grupo adotou os valores fornecidos pela HCM-1965, sem informar o que significava essa sigla. Após a investigação da autora, ela descobre que se refere a *Highway Capacity Manual*¹ que corresponde a um manual e a principal alternativa para análise de capacidade e qualidade do serviço no Brasil para a avaliação da infraestrutura viária. Araújo (2012)

¹ O HCM é uma das referências mais importantes para os profissionais de transporte. O documento define a capacidade de uma infraestrutura como segue: “capacidade de uma instalação é a máxima taxa horária esperada, de forma razoável, em que pessoas ou veículos cruzam um ponto ou uma seção uniforme de uma faixa ou pista durante um determinado período de tempo em uma dada condição de pista, tráfego e operação”



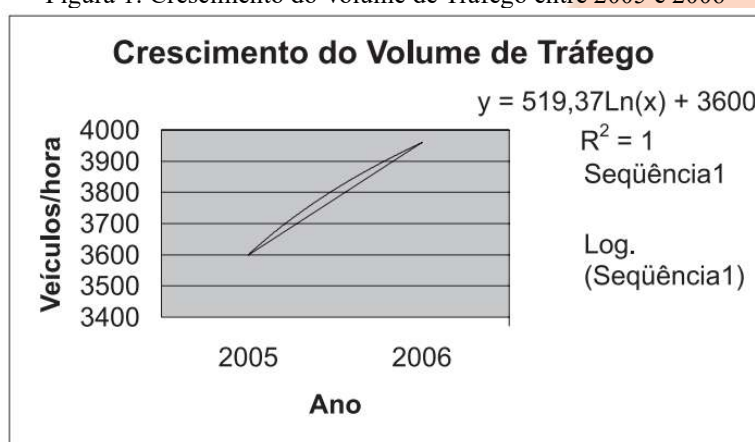
também destacou que o grupo não se preocupou em atualizar os dados da tabela com valores que estivessem de acordo com a sua realidade. Os fatores $w = 0,97$, $c = 0,95$ e $\hat{o} = 0,97$ foram adotados pelo grupo, e não foram questionados, levando ao resultado de $C = 2000 \times 0,97 \times 0,95 \times 0,97 = 1788$ veículos/hora em cada uma das faixas do viaduto. Como o viaduto tinha três faixas, bastou calcular $C = 3 \times 1788$, chegando ao valor de 5384 veículos/hora como sua capacidade máxima.

Após a busca de informações na Empresa de Transporte e Trânsito de Belo Horizonte (BHTRANS), o fluxo de veículos em horário de pico seria de 3600 veículos/hora, no entanto, por ser uma informação antiga oferecida pela companhia, o grupo optou em fazer uma estimativa frente a falta de informações atuais.

O questionamento sobre a falta de informações oferecida pelos órgãos públicos também foi percebido como postura crítica adotada pelo grupo e foi citado em vários momentos em seus relatórios.

Além do cálculo anterior, o grupo decidiu em acrescentar 10% no fluxo de veículos que passará no início da implantação do viaduto, no entanto, ele não ofereceu argumentos que sustentassem essa decisão. Existe a suposição por parte de Araújo (2012) de que existiam dois valores: o de 2005, com 3600 veículos/hora; e o de 2006, com $3960 = (3600 + 360)$ veículos/hora. Segundo a autora, a escolha dos dois pontos ocorreu porque o grupo pretendia usar o *software* Excel para obter uma função que permitisse fazer uma estimativa da vida útil do viaduto. Com o uso do *software*, o grupo escolheu a linha de tendência que expressaria o rápido crescimento do fluxo de veículos no início do tempo com o decréscimo posterior, uma vez que a densidade de tráfego aumentaria em função do tempo. A linha de tendência descreve uma regressão linear do que se espera. Assim, o crescimento do fluxo de tráfego foi expresso pela função logarítmica $y = 519,37 \ln(x) + 3600$ que permitia calcular o ano em que o valor de y se aproxima da capacidade do viaduto igual a 5364 veículos/hora.

Figura 1: Crescimento do Volume de Tráfego entre 2005 e 2006



Fonte: Araújo, 2012, p. 853



Como resultado, a capacidade máxima do viaduto seria atingida em 29 anos, pois em 2005 o valor de x na função seria igual a 1. Porém, ao se considerar que o projeto de modelagem teve início em 2006, então o novo cálculo levaria a 27 anos para que o viaduto atingisse a capacidade limite.

Mesmo que os argumentos tenham sido construídos com estimativas imprecisas, o motivo principal do grupo era chegar a conclusões a partir de argumentos matemáticos.

Segundo Araújo (2012), a conclusão do grupo foi bastante frustrante, uma vez que esperavam confirmar a veracidade dos cálculos e dos dados apresentados pelo governo que justificassem a necessidade do Projeto Linha Verde. A autora sustenta a hipótese de que, por se tratar de alunos de uma disciplina matemática e futuros geógrafos, os alunos se sentiam amparados pelas aulas tradicionais de ensino da matemática.

No entanto, o grupo demonstrou atitude crítica ao evidenciar preocupação com o bem-estar da população e com o uso do dinheiro público, algo que os cálculos matemáticos não poderiam mensurar.

Araújo (2012) percebe que este tema vale ser aprofundado a partir de novas pesquisas que investiguem o papel da Modelagem Matemática na Educação Matemática Crítica.

4.1.2 O Segundo Cenário para Investigação

O segundo cenário que consideramos para nossa análise adotou a metodologia de Modelagem Matemática na avaliação do impacto ambiental causado pelo lançamento de uma carga poluidora em um rio. A prática ocorreu na disciplina de Cálculo III de um curso de Engenharia Ambiental de uma universidade pública do Paraná. O Modelo Matemático apresentado descreve o transporte de um poluente que pode ser resolvido numericamente.

Oliveira e Pires (2020) apontam que ao mesmo tempo que a Modelagem Matemática consiste em uma ferramenta útil na avaliação do impacto ambiental e na tomada de decisão, ela também é uma metodologia de ensino bastante motivadora para os alunos. Além disso, consideram que a prática da Modelagem Matemática permite a vivência dos alunos em situações reais, a partir da análise de contextos reais e não apenas situações hipotéticas.

Como processo de Interação com o contexto, os autores fazem uma breve apresentação do conceito de transporte de contaminantes dos rios e de alguns modelos matemáticos envolvidos. Acrescentam que para se trabalhar com a Modelagem Matemática, o professor deve ter clareza sobre os objetivos a serem alcançados como a motivação, o reconhecimento ou os resultados dos modelos.

De maneira a esclarecer a utilidade prática de determinados conceitos apresentados na disciplina de Cálculo III no 1º semestre de 2017, os autores adotaram a prática pedagógica da Modelagem Matemática por meio da abordagem de problematização de temas relacionados ao meio ambiente. A sugestão do tema foi apresentada pelos mesmos autores, e teve como objetivo avaliar se a poluição lançada por moradores na cidade do Pontal do Paraná poderá afetar a qualidade de água e,



consequentemente, o turismo e a economia regional. Foi perceptível que após os autores lançarem tais questionamentos, houve maior atenção e participação dos alunos às explicações e assim uma mudança de atitude.

Para Oliveira e Pires (2020) existem diferentes modelos matemáticos que descrevem processos físicos, químicos e biológicos que ocorrem em corpos d'água como rios, lagos e reservatórios e que representam o sistema de interesse.

De maneira a estudar a qualidade da água, os autores consideraram os seguintes parâmetros:

Oxigênio Dissolvido (OD): representa a condição da qualidade de água;

Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO): estabelece o grau de poluição da água.

Assim, OD e DBO interagem e sua relação é exposta pelas equações que expressam o nível de oxigênio de um rio sujeito a um poluente:

$$(1) \frac{dC_5}{dt} = -a_2 \cdot \left(\frac{C_6}{K_d + C_6} \right) \cdot C_5 - a_1 \cdot C_5 + R_5$$

$$(2) \frac{dC_6}{dt} = -a_2 \cdot \left(\frac{C_6}{K_d + C_6} \right) \cdot C_5 - k_a \cdot C_6 + R_6$$

em que, C_5 representa o OD e C_6 representa a DBO.²

De acordo com os autores existem onze parâmetros que podem ser avaliados no modelo, no entanto, houve a restrição para o estudo de dois deles, o C_5 que representa o OD e o C_6 que representa a DBO.

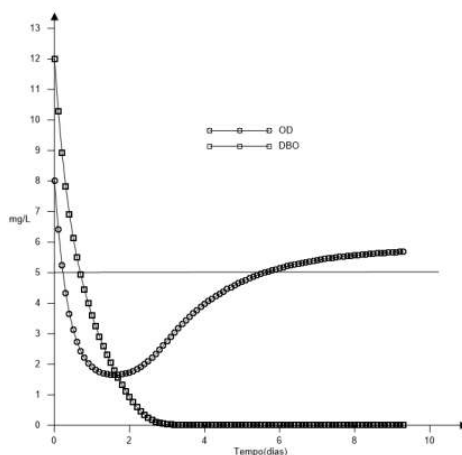
Os autores destacam que foram utilizadas três aulas, sendo duas teóricas e uma em laboratório para posterior análise dos dados por meio de gráficos gerados pelo Excel. A etapa de validação do modelo foi comprovada a partir de trabalhos científicos que comprovaram a sua eficácia (Cunha e Ferreira, 2006)

² Para maiores informações, consulte:

<https://www.scielo.br/j/csp/a/TDnPPt7Yzdbx8WDmXYK8nFg/?format=pdf&lang=pt>



Figura 2: Comparação entre OD e DBO



Fonte: Oliveira e Pires, 2020, p.11

Como resultado, os autores identificaram que o lançamento do esgoto no rio, dado pela DBO, provoca um decaimento crítico no nível de oxigênio na água. No entanto, o nível de oxigênio volta a subir depois de um dia, se estabilizando em torno de 6 mg/L. Os alunos concluíram que a água estaria adequada somente a partir do 5º dia após a contaminação pelo lançamento do esgoto, após considerarem que o nível de oxigênio deve estar acima de 5 mg/L para que a água seja considerada adequada. A degradação do meio ambiente também foi comprovada pois, mesmo após 10 dias, a concentração de OD que era de 8 mg/L não voltou ao normal.

5 DISCUSSÕES

Apresentamos nossa análise e discussões sobre os modelos matemáticos empregados em ambos os cenários discutidos anteriormente.

Consideramos, primeiramente, o primeiro Cenário para Investigação. Em relação aos aspectos e etapas definidas na Modelagem Matemática é possível afirmar que o grupo, com a orientação da professora, seguiu as etapas de Interação, Matematização e Modelo Matemático seguindo as ideias de Biembengut e Hein (2000). Nessa etapa, houve a discussão do papel da Modelagem Matemática e sua abordagem numa perspectiva crítica. Para tanto, o grupo participou da elaboração do plano de trabalho e definiu os respectivos temas. Na etapa de Matematização, o grupo definiu o objetivo da pesquisa e compreendeu como a matemática seria usada nesse projeto. Foi o momento em que as hipóteses foram levantadas e as variáveis x (ano) e y (fluxo de veículos/hora), as constantes w , c e \hat{o} e as relações descritas foram investigadas a partir da expressão $C = 2000 \cdot w \cdot c \cdot \hat{o}$ investigada pelos membros do grupo. A comunicação do grupo foi fator crucial para a investigação e tomada de decisões. Na etapa do Modelo Matemático, ocorreu a análise das implicações da solução encontrada do modelo proposto. No entanto, não obteve significativo grau de aproximação e de confiabilidade com a situação-problema, uma vez que os valores das constantes $w = 0,97$, $c = 0,95$ e $\hat{o} = 0,97$ não foram questionados. No entanto, o cálculo anterior permite a discussão de outros conceitos relacionados a



capacidade de tráfego local como, por exemplo, sobre como as variáveis são caracterizadas e quais os parâmetros do projeto, o estudo da variação de tráfego anual, mensal, diário ou horário, dentre outros conceitos. Caberá aos estudantes, em caso de interesse, aprofundar a temática.

Além disso, a estimativa simplificada do grupo ao considerar o aumento de 10% no fluxo de veículos após um ano da implantação do viaduto, não trouxe argumentos que sustentem os cálculos. Como afirmado por Bassanezi (2012), quando o modelo não atenda às necessidades, é necessário retornar para a etapa de Matematização e verificar o ajuste de hipóteses, variáveis etc. No entanto, vale destacar a relevância desta problematização, frente ao estudo da função logarítmica $y = 519,37 \cdot \ln(x) + 3600$ e da regressão linear.

Como apontado por Araújo (2012), o objetivo de sua pesquisa estava em abordar a Modelagem Matemática de acordo com a Educação Matemática Crítica, função que foi plenamente bem-sucedida frente às discussões apresentadas pelo grupo em todas as etapas do projeto.

Na perspectiva de Skovsmose (2001) é necessário destacara a relevância da aplicação matemática e a elaboração de modelos matemáticos reais que relacionem atividades sociais importantes. Estes modelos devem propiciar *insights* sobre as hipóteses e um entendimento sobre todo o processo na sociedade.

Dessa maneira, a proposta do projeto foi abandonar o paradigma do exercício e propor um ambiente de aprendizagem voltado a Cenários para Investigação que, de acordo com Alro e Skovsmose (2010) são abertos e permitem que os alunos formulem questões, planejem e participem do processo de investigação. Na proposta Projeto Linha Verde, identificamos alto grau de referência ao mundo real que corresponde ao ambiente de aprendizagem do tipo (6) na matriz estabelecida pelos autores anteriormente citados. Destacamos, ainda, que o grupo buscou se aproximar dos respectivos propósitos da atividade e assumiram a responsabilidade pelo processo de investigação, desde a realização de entrevistas, a formalização do Modelo Matemático estudado e a apresentação dos resultados para os demais grupos. Dessa maneira, consideramos que houve uma efetiva comunicação baseada em cooperação e novas formas de aprendizagem.

A respeito do segundo Cenário para Investigação, Oliveira e Pires (2020) evidenciam que a prática de Modelagem Matemática propiciou resultados excelentes em relação ao rendimento dos alunos, com um índice de aprovação maior se comparado com os semestres anteriores, indo de 25 a 30% para 74%. Outro ponto a ser destacado pelos mesmos é que os próprios alunos solicitaram uma formação complementar que foi oferecida como curso de extensão. Ao final do curso houve a formação de um grupo na área de modelagem ambiental.

Em nossa análise consideramos que todas as etapas da Modelagem Matemática foram consideradas na perspectiva de Biembengut e Hein (2010), sendo elas: (i) Interação: houve a identificação da situação-problema, familiarização com o contexto ambiental e a seleção de modelos



matemáticos já validados por referenciais teóricos; (ii) *Matematização*: mesmo em posse do modelo validado por outras pesquisas, os alunos formularam a hipótese e resolveram o problema em termos do modelo. Houve a seleção dos parâmetros C_5 que representa o OD e o C_6 que representa a DBO. Essa etapa exige conhecimento sobre as entidades matemáticas usadas na formulação do modelo; (iii) *Modelo Matemático*: a interpretação da solução evidenciada após análise do gráfico: DBO: ocorre o decaimento crítico do nível de oxigênio no rio e a identificação do nível ideal de oxigênio na água e do período em que a água estaria contaminada. A validação do modelo foi apresentada pelos teóricos que fundamentaram o Modelo Matemático apresentado na etapa de *Interação*. Na fase de Modelo Matemático ocorreu a análise das implicações da solução derivada da investigação, assim como a avaliação de sua relevância.

Em ambos os cenários apresentados, a Modelagem Matemática discutida como método de ensino reforça a ênfase da matemática para a formação do aluno, maior desenvolvimento de habilidades na resolução de problemas e maior interesse sobre a aplicabilidade da matemática.

6 CONCLUSÃO

Em nosso artigo, buscamos evidenciar como a Modelagem Matemática está relacionada a diferentes Cenários para Investigação numa perspectiva crítica de ensino e de aprendizagem. Assim, relatamos pesquisas que tratam de modelos matemáticos e, dessa maneira, permite-nos que saiamos da zona de conforto empregada por práticas tradicionais em aula e nos voltemos a situações que incentivem o risco, as incertezas, o diálogo e busca por soluções de maneira colaborativa. Somos adeptos das ideias de Skovsmose (2000) de que os cenários para investigação não são as únicas soluções a serem empregadas em uma sala de aula, e que devemos transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem, incluindo a prática dos exercícios. Da mesma maneira, apontamos para a questão lançada por Skovsmose (2000, p. 58): *Quais são os possíveis ganhos do trabalho numa zona de risco associada a um cenário de investigação?* No entanto, ainda não há uma distinção clara aplicada em aula sobre a tradição da matemática escolar e a tradição da matemática investigativa. Seguimos na busca de respostas para esta questão, assim, como convidamos outros pesquisadores e entusiastas no assunto a seguirem com essa discussão.

Apesar do quadro desolador que mostra que boa parte da Educação Matemática ainda alterna os ambientes (1) e (3), o desafio dos pesquisadores é incentivar não só o ambiente (6), mas também trazer discussões sobre os ambientes de aprendizagem dos tipos (2) e (4). E uma das possibilidades de discussão sobre a transição entre os diversos ambientes pode ocorrer a partir da Modelagem Matemática.

Percebemos que modelos matemáticos já consolidados, certificam-nos de sua veracidade e, por isso, a etapa de validação do modelo fica restrita à sua interpretação e análise dos dados. Assim, muitos



modelos já existentes podem servir como uma fonte importante de investigação e de readequação conforme os objetivos da pesquisa. A ambientação e a escolha dos modelos ocorrerão na fase de Interação em que tomamos contato com o contexto de estudo, assim como os conhecimentos teóricos que fundamentarão nossa análise.

Destacamos que o estudo de ambos os modelos matemáticos permite o aprofundamento nas temáticas, trazendo à tona discussões mais aprofundadas sobre outros conceitos relacionados como, por exemplo, o que se entende por capacidade de tráfego, quais variáveis e parâmetros devem ser considerados, ou ainda, quais as interações entre as demais substâncias do modelo proposto para descrever o transporte de um poluente. Portanto, torna-se evidente o papel interdisciplinar entre os conceitos, disciplinas e áreas de conhecimento.

Conforme apresentado em nossa pesquisa, um modelo ideal é aquele que não só explica os resultados como também prevê novos resultados ou situações inesperadas ou que não condizem com o esperado. Podemos considerar que o grupo do primeiro cenário investigado teve uma série de dúvidas a respeito da efetividade dos valores encontrados, assim como deixou de considerar maiores explicações sobre alguns valores encontrados. No entanto, são dúvidas que nos instigam a buscar outras e novas respostas para que possamos aprofundar ainda mais a análise da pesquisa citada como também colaborar com a continuidade do estudo.

Apesar de haver considerável interesse sobre os resultados obtidos nos modelos matemáticos, em ambos os cenários, os pesquisadores estiveram interessados em investigar quão significativa é a postura crítica dos alunos em relação às situações vivenciadas, questionando as afirmativas, a atuação do governo, o bem-estar da população local e o uso do dinheiro público.

Assim, concluímos que a Modelagem Matemática tem papel significativo quando se deseja trabalhar com Cenários de Investigação dos tipos (2), (4) e (6) conforme mostra a matriz de Alro e Skovsmose (2010) e Skovsmose (2000).

Deixamos a cargo do leitor, considerar futuras pesquisas que retratem a transição entre esses ambientes de aprendizagem, trazendo quais suas reais contribuições, perspectivas e dificuldades.



REFERÊNCIAS

ALRO, Helle, SKOVSMOSE, Ole. Diálogo e aprendizagem em educação matemática. (Coleção Tendências em Educação Matemática); tradução de Orlando Figueiredo. – 2ª ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ARAÚJO, Jussara de Loiola. Ser crítico em projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. *Bolema*, Rio Claro (SP), v.26, n.43, p. 839-859, ago. 2012.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com modelação matemática: uma nova estratégia / Rodney Carlos Bassanezi. 3. ed., 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2010.

BIEMBENGUT, Maria Salett, HEIN, N. Modelagem Matemática no ensino. Disponível em Minha Biblioteca, 5ª edição. São Paulo: Contexto, 2000.

BORBA, Marcelo de Carvalho. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática / organizado por Marcelo de Carvalho Borba e Jussara de Loiola Araújo; autores Dario Fiorentini, Antonio Vicente Marafioti Garnica, Maria Aparecida Viggiani Bicudo. 3ª edição – Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

CUNHA, C. L. D. N.; FERREIRA, A. P. Modelagem Matemática para avaliação dos efeitos de despejos orgânicos nas condições sanitárias de águas ambientais. *Cadernos de Saúde Pública*, Agosto 2006. 1715-1725. Disponível em:
<https://www.scielo.br/j/csp/a/TDnPPt7Yzdbx8WDmXYK8nFg/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 10 out. 2024

FAZENDA, Ivani Catarina, A. e GODOY, Herminio Prado. Interdisciplinaridade: pensar, pesquisar e interagir. Disponível em: Minha Biblioteca, Cortez, 2023.

LOPES, Aldo Peres Campos e, PACHECO, João Vitor Pena. Panorama das Pesquisas Brasileiras em Modelagem Matemática no Ensino Superior pela Perspectiva da Educação Matemática Crítica. *Alexandria: R. Educ. Ci. Tec. Florianópolis*, v.16, n.2, p. 181-212, novembro 2023.

LÜDKE, Menga, ANDRÉ, Marli Eliza Dalmaz de. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

OLIVEIRA, Marcelo Franco de, PIRES, Licelia Alves. Modelagem Matemática na Avaliação de Impacto Ambiental: Abordagem Metodológica no ensino de Cálculo em um curso de Engenharia. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v.25, n.69, p. 04-13, out/dez. 2020

SKOVSMOSE, Ole. Educação matemática crítica: A questão da democracia / Ole Skovsmose. – Campinas, SP: Papirus, 2001. – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, 2000. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>. Acesso em 16. Abr. 2024